

Catastrophes pour les populations exploitées

Mots clefs : Systèmes dynamiques, équations différentielles, bifurcations.

Description du projet

De nombreuses espèces sont exploitées par des organismes ‘supérieurs’ (hommes, prédateurs...) ce qui accroît leur mortalité et peut potentiellement conduire à leur disparition. Un exemple emblématique est la quasi disparition de la morue au large de Terre-Neuve, provoquée par une sur-pêche massive des poissons dans les années 80 et le début des années 90. Depuis les mesures drastiques de limitation de la pêche à la morue (moratoire en 1992 puis interdiction formelle en 2003) n’ont pas réellement permis à l’espèce de retrouver un nombre d’individus garantissant sa pérennité dans cette zone géographique.

Ce projet propose d’étudier, sur la base de modèles mathématiques simples, l’influence de l’exploitation (pêche/chasse, prédation) sur le devenir des populations. En particulier, on tentera d’expliquer les mécanismes qui ont pu conduire à la ‘catastrophe’ subie par la population de morues à Terre-Neuve.

Partie 1 : préliminaires et pêche à la morue

- (i) Faire quelques recherches bibliographiques sur le problème de la surexploitation de la morue au Canada Atlantique. Rechercher d’autres exemples d’espèces dont l’exploitation a conduit à la (quasi)-disparition.
- (ii) Un des plus fameux modèles décrivant l’évolution d’une population a été proposé par P.F. Verhulst au XIX^e siècle, c’est le modèle “logistique” :

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t) \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right) \quad (1)$$

avec $N(t)$ la densité de la population au temps t , r le taux de croissance intrinsèque de la population et K la “capacité d’accueil” de l’environnement. Se documenter et expliquer cette équation. Analyser son comportement en assimilant les notions d’équilibre, de stabilité et d’instabilité. (on pourra notamment s’aider d’un graphique $\frac{dN}{dt}$ en fonction de N).

- (iii) En supposant que l’exploitation de la population induit une mortalité par unité de temps additionnelle de $-fN$ dans le modèle précédant, analyser le comportement de ce nouveau modèle selon différentes valeurs de l’effort d’exploitation f (on tracera notamment un graphique : valeur des équilibres en fonction de f). Ce modèle permet-il d’expliquer la disparition de la morue à Terre-Neuve ? Ce modèle permet-il d’expliquer pourquoi, malgré l’arrêt de la pêche depuis plus de 15 ans, la population de morue n’a pas réussi à se reconstituer ?
- (iv) Lorsque les populations ont un faible effectif, les rencontres entre les individus sont plus rares, ce qui se répercute sur leur taux de reproduction : on parle d’un ‘effet Allee’. Ce phénomène n’est pas pris en compte dans le modèle logistique, mais l’est dans le modèle suivant :

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t) \left(\frac{N(t)}{K_a} - 1\right) \left(1 - \frac{N(t)}{K}\right) \quad (2)$$

avec $K_a < K$ un seuil de population critique. En se procurant Courchamp et al. (1999), documenter le phénomène et analyser le modèle.

- (v) Refaites l'analyse (iii) avec le modèle (2) et concluez sur le problème de la surpêche de la morue. Que penser de l'assertion : "de petites causes peuvent avoir de grandes conséquences"? Proposer une solution pour revenir à une population de morue viable.

Partie 2 : tordeuse des bourgeons de l'épinette et oiseaux prédateurs

La tordeuse des bourgeons de l'épinette (spruce budworm) est un insecte défoliateur, ravageur important des forêts de pins en Amérique du Nord. Leurs prédateurs majeurs sont les oiseaux qui consomment leurs larves. Cette partie s'inspire largement de Ludwig et al. (1978).

- (i) les larves de la tordeuse ont une caractéristique physique importante. En se documentant, expliquer leur capacité à échapper à leur prédateur lorsqu'elles sont en faible nombre.
- (ii) sur la base du modèle logistique, expliquer les différents termes du modèle suivant, chargé de décrire une population de tordeuses exploitée par les oiseaux prédateurs. (porter une attention particulière au terme mortalité additionnelle).

$$\frac{dN(t)}{dt} = rN(t) \left(1 - \frac{N(t)}{K} \right) - \frac{\beta N(t)^2}{\alpha^2 + N(t)^2} \quad (3)$$

- (iii) (pas drôle mais nécessaire). Faire les changements de variables : $n = N/\alpha$, $\tau = \beta t/\alpha$, et exprimer $\frac{dn}{d\tau}$ en fonction de n , de $R = \alpha r/\beta$ et de $Q = K/\alpha$.
- (iv) en vous basant sur l'expertise que vous avez acquise en première partie, analyser les différents cas possibles selon les valeurs de R . En particulier, on cherchera à tracer un graphique : valeur des équilibres en fonction de R . Commentez.
- (v) Les arbres grandissent (et se font grignoter)!

Au cours du temps, les pins grandissent et leur surface foliaire (les épines sont des feuilles) augmente lentement. Les épines sont à la fois nourriture et abris pour les tordeuses, ce qui permet de supposer que K et α sont proportionnels à cette surface foliaire. Quand les tordeuses sont en faible nombre, la surface foliaire s'accroît doucement au cours du temps ; si par contre les tordeuses sont en nombre important, la croissance des épines est contrebalancée par la consommation des tordeuses et la surface foliaire diminue lentement. (en vous faisant si nécessaire aider par vos professeurs) analyser le comportement à long terme lié à ces interactions. Proposer une explication aux attaques répétées, mais espacées dans le temps, de tordeuses des bourgeons de l'épinette observées en Amérique du Nord.

Remarques :

- Tout au long du projet vous devrez faire appel à des logiciels pour tracer des courbes, et intégrer des équations différentielles. Le logiciel libre **Scilab** vous sera probablement très utile (il est installé sur les machines des salles de TDs).
- Le début de ce projet (partie 1, notamment) pourra bénéficier de discussions avec le groupe travaillant sur le projet "principe d'exclusion compétitive".
- Ce projet, sans le dire explicitement, tourne autour de ce que l'on appelle "les bifurcations" dans les systèmes dynamiques. En fin de projet et si le temps le permet il pourrait être intéressant d'identifier les différentes bifurcations que vous aurez rencontrées.