

DM 01

Consignes :

Ce travail est à réaliser par groupe de 1 ou 2, tout plagiat entre les groupes est interdit et sera sanctionné.

Votre rendu doit être téléversé en un seul fichier PDF sur ecampus.

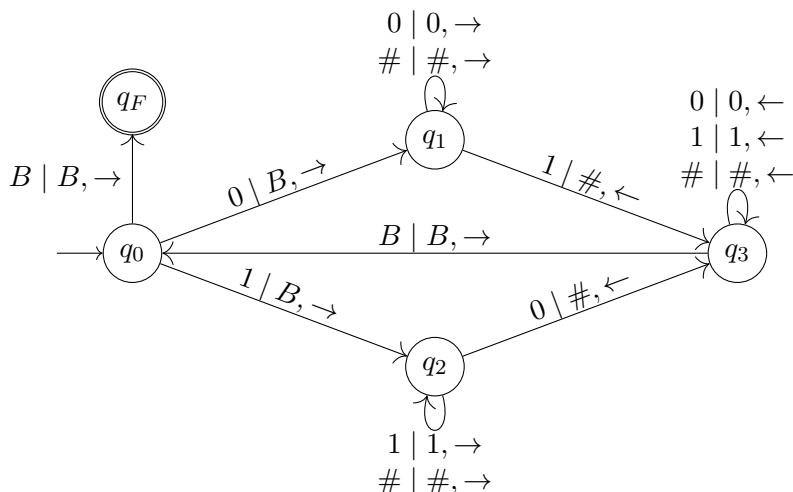
Le nom des membres du groupe doit apparaître clairement et lisiblement dans le fichier.

Vous pouvez scanner/photographier ce que vous avez réalisé sur papier ou l'écrire directement sur ordinateur. Date limite du rendu : **Dimanche 27 mars 2022 23h59**.

Exercice 1.

Exécuter machine de Turing

On considère la machine de Turing M avec l'alphabet d'entrée $\Sigma = \{0, 1\}$ et l'alphabet de travail $\Gamma = \{0, 1, B, \#\}$.



1. Écrire le prénom d'un des 2 membres du groupe.
2. Donner le code binaire p que vous obtenez en remplaçant chaque consonne du prénom par un 1 et chaque voyelle par un 0.
Remarques : "y" sera considéré comme une voyelle, oubliez les signes de ponctuations ou espaces. Si votre prénom est composé de plusieurs parties vous pouvez n'en garder qu'une seule pour simplifier.
3. Décrire l'exécution de la machine M sur le mot p obtenu à la question précédente. À chaque étape doit apparaître : le contenu du ruban, la position de la tête de lecture et l'état courant de la machine de Turing.
4. Est-ce que la machine accepte ou rejette p ?
5. Donner un mot dans l'alphabet $\{0, 1\}$ accepté par M et un autre rejeté par M (l'un des deux peut être p).

6. Est-ce que le langage $L(M)$ est semi-décidable? décidable?

Dans les exercices suivants on continue d'utiliser le mot p défini dans l'exercice 1.

Exercice 2.

Anagramme

1. Dessiner une machine de Turing M avec un alphabet d'entrée $\Sigma = \{0, 1\}$ (et l'alphabet de travail que vous voulez) qui accepte exactement les mots w qui ont le même nombre de 0 et le même nombre de 1 que p .
2. Est-ce que $L(M)$ est semi-décidable? décidable?

Exercice 3.

Théorème de Rice

Pour tous les langages suivants dire s'ils sont décidables ou non.

1. $L_a = \{\langle M \rangle \mid p \in L(M)\}$.
2. $L_b = \{\langle M \rangle \mid p \notin L(M)\}$.
3. $L_c = \{\langle M \rangle \mid p \notin L(M) \text{ ou } L(M) \text{ contient un mot commençant par un 1}\}$.
4. $L_d = \{\langle M \rangle \mid p \in L(M) \text{ et } L(M) \text{ ne contient aucun mot finissant par 0}\}$.

Exercice 4.

Réductions

Rappel : le langage $L_u = \{\langle M \rangle \# w \mid w \in L(M)\}$ n'est pas co-semi-décidable. Le langage L_a a été défini à l'exercice précédent.

1. Est-ce que $L_a \leq_m^T L_u$?
Si oui, proposer une telle réduction. Justifier.
2. Est-ce que $L_u \leq_m^T L_a$?
Si oui, proposer une telle réduction. Justifier.
3. Est-ce qu'on peut conclure d'une de ces deux questions quelque chose sur la semi-décidabilité ou la co-semi-décidabilité de L_a ?