

**TD 10 – Révisions**

---

**Exercice 1.**

*Questions de cours*

Définir les notions suivantes en complétant les débuts de phrase.

1. Les deux lettres de NP signifient respectivement...
2. Un problème  $A$  est NP-difficile (pour  $\leq_m^P$ ) si et seulement si . . .
3. Un problème  $A$  est NP-complet (pour  $\leq_m^P$ ) si et seulement si . . .

Répondre aux questions suivantes.

4. Faites un diagramme de Venn des classes EXP, NP, PSPACE, P, coEXP, coNP, coPSPACE, coP

**Exercice 2.**

*Compréhension du cours*

Pour chacun des énoncés de chacune des questions, indiquer s'il est vrai ou faux.

1. Si  $SAT \in P$  alors :
  - (a) Clique  $\in NP$ ;
  - (b) Tous les problèmes NP-difficiles sont dans P;
  - (c)  $P = NP$ .
2. Si  $P \neq NP$  alors :
  - (a)  $SAT \notin P$
  - (b)  $co-P \neq P$
  - (c) Aucun problème NP-difficile n'est dans P.
3. Tous les problèmes NP-difficiles sont dans NP.

**Exercice 3.**

*Domining Set*

**DOMINING\_SET**

*entrée* : un graphe non-orienté  $G = (V, E)$  et un entier  $k \in \mathbb{N}$ .

*question* : Existe-t-il un sous ensemble  $V' \subseteq V$  tel que  $|V'| \leq k$  et tout sommet de  $V \setminus V'$  est adjacent à au moins un sommet de  $V'$ ?

1. Montrer que ce problème est dans NP.
2. Montrer que ce problème est  $SAT \leq_m^P$  DOMINING\_SET
3. Conclure.

#### Exercice 4.

*Jeu de Grundy*

Le jeu de Grundy a été inventé en 1939 par Patrick Grundy.

La position de départ consiste en un unique tas d'objets (des allumettes ou des pions, par exemple), et le seul coup disponible pour les joueurs consiste à séparer un tas d'objets en deux tas de tailles distinctes. Les joueurs jouent à tour de rôle, jusqu'à ce que l'un d'entre eux ne puisse plus jouer. Le joueur qui ne peut plus jouer est le perdant.

##### **GRUNDY**

*entrée* : Une liste d'entiers  $n_1, \dots, n_k$  codés en binaire représentant la taille des différents tas.

*question* : En supposant que ce soit au tour du joueur 1 de jouer, a-t-il une stratégie gagnante?

1. Étant donné une liste de nombres, combien de tours maximum peuvent passer avant que la partie ne se termine?
2. Donner un algorithme déterministe récursif haut-niveau pour résoudre ce problème. À l'aide de la question précédente, borner sa complexité en espace.
3. Donner la plus petite classe de complexité que vous pouvez pour ce problème.