

TP1 - Machines de Turing simples

GRANDS CONCEPTS D'INFORMATIQUE FONDAMENTALE

L3 Informatique - Semestre printemps - Année 2022-2023

UNIVERSITÉ CÔTE D'AZUR

Christophe Crespelle

`christophe.crespelle@univ-cotedazur.fr`

Pour faire les TP, vous utiliserez le simulateur de machine de Turing de `morphett.info` qui se trouve à l'adresse suivante : <https://morphett.info/turing/turing.html>. Un des gros avantages de ce simulateur est qu'il est proposé sous forme d'interface web, ce qui ne nécessite aucune installation spéciale sur votre machine et fonctionne quel que soit votre système d'exploitation.

Vous devez écrire votre machine de Turing dans la fenêtre centrale à fond blanc. La syntaxe pour ce faire est décrite en dessous de la fenêtre. Une fois votre machine écrite, vous pourrez la lancer sur un mot que vous entrez dans le champ *initial input* de la fenêtre de contrôle à fond gris qui se trouve à droite. Vous pouvez ensuite cliquer sur *Run* pour voir la machine s'exécuter sur ce mot d'entrée, ou sur *Step* pour faire évoluer la machine d'une seule étape (c.a.d. transition) à chaque clic.

Dans cette fenêtre se trouve un lien *Advanced options* qui vous permet de choisir l'état initial de la machine et le type de machine utilisée. Pour le type, sélectionnez *Semi-infinite tape*, qui est la machine à ruban infini à droite seulement, que nous avons utilisée en cours.

Deux choses très importantes auxquelles vous devrez prêter une grande attention lorsque vous concevez des machines de Turing :

- Utilisez des noms d'états qui disent explicitement où en est la machine dans son calcul et ce qu'elle cherche à faire dans cet état, ex. : `1er-a-lu` pour "premier a lu", `rec-proc-b-droite` pour "recherche du prochain b vers la droite".

- Écrivez exclusivement des machines qui sont **déterministes**, c'est à dire dans lesquelles au plus une transition peut s'appliquer à partir d'une configuration donnée. Pretez-y une attention toute particulière lorsque vous utilisez le joker `*`. Par exemple, une machine contenant les deux règles suivantes n'est pas déterministe :

```
q1 a b R q2
```

```
q1 * * R q2
```

Exercice 1.

a. Écrivez une machine de Turing qui décide le langage des mots contenant un nombre pair de 'a'.

b. Ecrivez une machine de Turing qui decide le langage des mots contenant un nombre pair d'occurrences de la sous-chaine "ab".

Exercice 2.

Ecrivez une machine de Turing qui decide le langage $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Exercice 3.

Ecrivez une machine de Turing qui decide le langage $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}$.

Exercice 4.

Ecrivez une machine de Turing qui reconnait les palindromes.

Exercice 5.

a. Ecrivez une machine de Turing qui decale le contenu de son ruban d'une case vers la droite et place un caractere special de debut de ruban dans la premiere case du ruban.

b. Ecrivez une machine de Turing qui decale le contenu de son ruban d'une case vers la gauche en ecrasant le contenu de la premiere case du ruban.

c. Faire une machine de Turing qui renverse le mot contenu sur son ruban.

Exercice 6.

a. Ecrivez une machine de Turing qui a partir de l'écriture unaire d'un nombre écrit son écriture binaire au debut du ruban, precedee par un caractere special de debut de ruban.

b. Ecrivez une machine de Turing qui effectue la conversion reciproque : de l'écriture binaire vers l'écriture unaire.

Exercice 7.

a. Ecrivez une machine de Turing qui a partir d'un nombre donne sur le ruban en écriture decimale le remplace par le quotient et le reste de la division par 2 de ce nombre, separees par un caractere special.

b. Ecrivez une machine de Turing qui calcule l'écriture binaire d'un nombre donne en écriture decimale.

Exercice 8.

a. Ecrivez une machine de Turing qui ajoute un a un nombre, en écriture decimale.

- b. Ecrivez une machine de Turing qui effectue la multiplication par 2 d'un nombre, en écriture décimale.
- c. Ecrivez une machine de Turing qui calcule l'écriture décimale un nombre écrit en binaire.

Exercice 9.

Ecrivez une machine de Turing qui effectue la division euclidienne de $D \in \mathbb{N}$ par $d \in \mathbb{N}^*$ dans les entiers naturels. La machine prendra en entrée les deux nombres $D \geq 0$ et $d > 0$ en écriture binaire séparés par un # et écrira à la suite sur le ruban, séparés par un #, le quotient q et le reste r de la division, toujours séparés par un #. Vous pourrez ajouter un caractère \$ pour marquer le début du ruban si cela vous aide.

Rappel : q et r sont définis comme l'unique couple d'entiers naturels tels que $D = qd + r$ et $r < d$.