

Réseaux de régulation – approches logiques

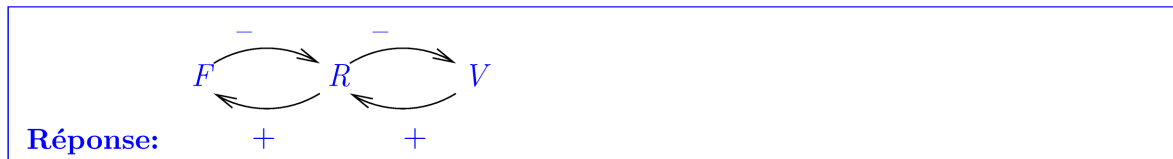
Jean-Paul Comet

*Inspired by a Workshop designed by Gilles Bernot and Houssine Snoussi***Étape 1 : (Graphe d'interaction)**

La théorie discrète de Thomas a été conçue pour les réseaux géniques, mais elle peut être appliquée à tout réseau d'interactions où la notion de seuils d'action est crédible. Ici, un champ cultivé est envahi par des lapins, ce qui nuit aux légumes de ce champ. ... mais les renards commencent à s'y intéresser... Étudions la dynamique qualitative de ce système.

La population de renards (F) a un effet négatif sur la population de lapins (R), car les renards sont leurs prédateurs. En revanche, les lapins ont un effet positif sur la population de renards, puisqu'ils nourrissent ces derniers. De même, la population de lapins a un effet négatif sur la population de légumes cultivés (V), et en retour, les légumes nourrissent les lapins.

1. Dessinez le graphe d'interaction.



Nous supposons ici que davantage de lapins sont nécessaires pour favoriser la croissance de la population de renards que pour réduire la quantité de légumes dans le champ. Ainsi, l'action des lapins commence à un seuil de 1 sur les légumes, et à un seuil de 2 sur les renards.

2. Complétez le graphe d'interaction précédemment dessiné.

**Étape 2 : (Les états du système)**

Selon la description abstraite des interactions entre F , R et V :

1. Quelles sont les valeurs qualitatives possibles pour chaque variable F , R et V selon la théorie de René Thomas ?
2. Combien y aura-t-il d'états qualitatifs dans le système ?
3. A-t-on maintenant toutes les informations nécessaires pour comprendre la dynamique du système ?

Réponse:

1. 2 valeurs pour F , 3 pour R , 2 pour V
2. $2 \times 3 \times 2 = 12$ états
3. non, il manque des informations expliquant l'évolution du système, autrement dit, comment passe-t-on d'un état à un autre.

Étape 3 : (Les paramètres du système / Le tableau des ressources)

1. Combien de paramètres discrets sont nécessaires pour modéliser ce réseau ?
2. Remplissez le tableau des ressources (c'est-à-dire l'ensemble des ressources d'une variable pour un état discret donné du réseau).

F	R	V	ressources de F	ressources de R	ressources de V
0	0	0	...	...	...
0	0	1	...	...	...
0	1	0	...	...	...
0	1	1	...	...	...
0	2	0	...	...	...
0	2	1	...	...	...
1	0	0	...	...	...
1	0	1	...	...	...
1	1	0	...	...	...
1	1	1	...	...	...
1	2	0	...	...	...
1	2	1	...	...	...

Réponse:

F	R	V	ressources de F	ressources de R	ressources de V
0	0	0	—	F	R
0	0	1	—	FV	R
0	1	0	—	F	—
0	1	1	—	FV	—
0	2	0	R	F	—
0	2	1	R	FV	—
1	0	0	—	—	R
1	0	1	—	V	R
1	1	0	—	—	—
1	1	1	—	V	—
1	2	0	R	—	—
1	2	1	R	V	—

Étape 4: (Identification manuelle des paramètres)

1. Dans cet exemple, on considère que l'intuition suivante est vraie : lorsqu'on rajoute un ressource à une variable, la valeur vers laquelle la variable est attirée n'est pas diminuée (conditions de Snoussi). De plus, pour chaque espèce (F , R ou V), il existe des conditions sur les deux autres espèces telles que l'espèce considérée peut atteindre son minimum (0) et il existe aussi des conditions pour qu'elle atteigne son maximum (la limite de la variable).

Réponse: Snoussi et min/max impliquent que les $K_{...}$ valent 0 pour l'ensemble vide de ressources et la borne de la variable pour l'ensemble plein de toutes les ressources :
 $K_F = 0$ et $K_{F,R} = 1$ / $K_R = 0$ et $K_{R,FV} = 2$ / $K_V = 0$ et $K_{V,R} = 1$
Il reste donc à identifier $K_{R,F}$ et $K_{R,V}$.

2. L'agriculteur a aussi fait l'observation suivante : par le passé, avant l'arrivée des renards, les populations de lapins et de végétaux oscillaient.

Réponse: Avant l'arrivée des renards, il n'y en avait pas. L'absence de F est donc une ressource constante de R . Donc l'oscillation doit exister dans le plan $F = 0$.

- Dans les lignes du tableau où $F = 0$, les ressources possibles de R sont soit F , soit FV .
- On sait que $K_{R,FV} = 2$
- Supposons que $K_{R,F} = 2$. Dans tous les cas R serait attiré par 2, et une fois que $R = 2$, R ne pourrait plus diminuer, bref, il n'y aurait pas d'oscillation de R . $\Rightarrow K_{R,F} < 2$
- Supposons maintenant $K_{R,F} = 1$. Alors R est attiré vers 1 ou 2. R ne descendrait jamais à 0. Ainsi, les ressources de V seraient donc toujours R , et V n'oscillerait pas. $\Rightarrow K_{R,F} = 0$

Il reste donc à identifier $K_{R,V}$.

3. Il a également essayé de maintenir artificiellement une population élevée de renards pendant une durée suffisante : dans ces conditions, une oscillation des populations de lapins et de plantes est également observée.

Réponse: Avec $F = 1$, les paramètres de R qui s'appliquent sont K_R et $K_{R,V}$. De même qu'à l'exercice précédent on a donc $K_R < 1$ (déjà connu) et $K_{R,V} \geq 1$.

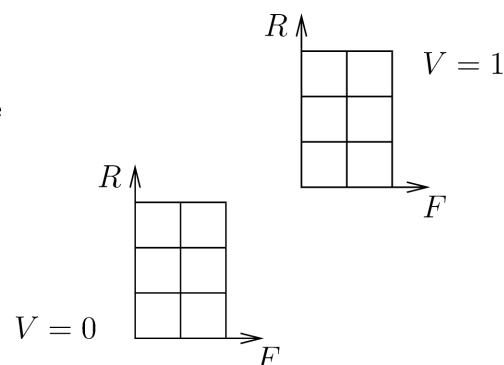
4. Enfin, si à la fois les populations F (renards) et V (végétaux) sont maintenues artificiellement à un niveau élevé, lorsque $R = 2$, cette population diminue ($R < 2$).

Réponse: Puisque R diminue sur une transition partant de $(1, 2, 1)$, il vient ($K_{R,\omega} < R$) et l'ensemble des ressources de R en cet état ($F = 1, R = 2, V = 1$) est $\omega = V$. Ainsi $K_{R,V} \geq 1$ et $K_{R,V} < 2$ donc $K_{R,V} = 1$

En effet, ces quatre observations sont suffisantes pour déduire les valeurs des paramètres du réseau.

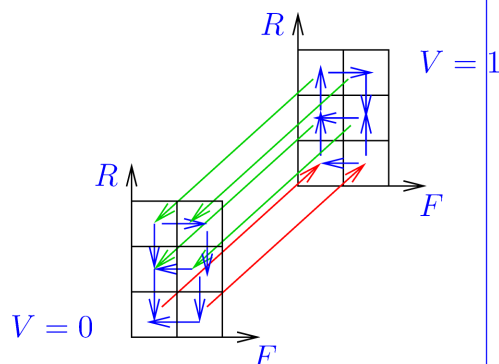
Let's do it !

Enfin, traçons le graphe de transition selon les valeurs de paramètres déduites, en utilisant une forme 3D comme celle-ci :



Réponse:

F	R	V	$K_{F\dots}$	$K_{R\dots}$	$K_{V\dots}$	valeurs...
0	0	0	—	F	R	0 0 1
0	0	1	—	FV	R	0 2 1
0	1	0	—	F	—	0 0 0
0	1	1	—	FV	—	0 2 0
0	2	0	R	F	—	1 0 0
in 0	2	1	R	FV	—	1 2 0
1	0	0	—	—	R	0 0 1
1	0	1	—	V	R	0 1 1
1	1	0	—	—	—	0 0 0
1	1	1	—	V	—	0 1 0
1	2	0	R	—	—	1 0 0
1	2	1	R	V	—	1 1 0

**Étape 5 : (Identification symbolique des paramètres : TotemBioNet)**

Les propriétés observées sont exprimées sous forme de formules selon une logique temporelle appelée « Logique des Arbres de Calcul » (Computation Tree Logic), et tout est ensuite déduit automatiquement par l'ordinateur.

Étape 6 : (Interpretation)

Que peut-on déduire de ce graphe de transition ?

1. Est-il possible d'avoir un comportement stable ?
2. Est-il possible d'observer une oscillation entre F et R sans variation notable de V ?
3. Est-il possible d'observer une oscillation entre R et V sans variation notable de F ?
4. Quels sont les comportements limites, c'est à dire ceux qui peuvent persister pendant longtemps ?

Réponse:

1. Non car pas d'état stable dans le modèle.
2. Oui, si la consommation de V par R est suffisamment faible. il y a un cycle dans le plan $V = 1$, mais dès que V passe à 0, l'oscillation disparaît.
3. Oui, par exemple dans le plan $F = 0$, il y a le cycle $(0, 0, 0) \rightarrow (0, 0, 1) \rightarrow (0, 1, 1) \rightarrow (0, 1, 0) \rightarrow (0, 0, 0)$.
4. Le seul bassin d'attraction contient tous les états. Les comportements qui peuvent persister sont des oscillations complexes faisant osciller les 3 variables.