

BioCHAM et structure de Kripke

On considère les 3 règles suivantes en BioCHAM :

$$\begin{cases} r_1 & a + b \implies a - b \\ r_2 & a - b \implies a + b \\ r_3 & a + b \implies a \end{cases}$$

PARTIE I

Exercice 1 : En se plaçant dans le cadre de la sémantique *booléenne* de BioCHAM, tracez le graphe d'états associé à ces trois règles (en ne prenant en compte que les trois objets BioCHAM qu'elles concernent). On prendra soin de noter au dessus de chaque transition le nom de la règle qui s'applique.

Exercice 2 : On se place dans le cadre de la sémantique *multi-valuée* de BioCHAM. Prouvez par récurrence sur la longueur des chemins (dans le graphe d'états multi-valué) que, pour tout état initial, la somme de b , du nombre de $a-b$ et du nombre d'applications effectuées de la règle r_3 est une constante.

Exercice 3 : Toujours dans le cadre de la sémantique *multi-valuée*, prouvez que pour tout état initial, il n'existe pas de chemin infini (dans le graphe d'états multi-valué) contenant une infinité d'applications de la règle r_3 .

Exercice 4 : La propriété de la question précédente reste-t-elle vraie dans le cadre de la sémantique *booléenne* ? Justifier clairement votre réponse.

PARTIE II

Exercice 5 : Que signifie la formule suivante : $EF(a \wedge \neg b \wedge ab) \vee (\neg a \wedge \neg ab)$? Est-elle satisfaite par certains états de la sémantique booléenne ?

Exercice 6 : Que signifie la formule suivante : $a \implies AG(a)$. Est-elle satisfaite par tous les états de la sémantique booléenne ? Si oui, justifiez ; si non, donnez un contre-exemple.

Exercice 7 : Comment écrire en CTL la propriété suivante ?

De tout état dans lequel a et b sont présents, il existe un chemin le long duquel b est constamment présent jusqu'à ce qu'il ne reste plus que du a

- Dans quels états cette formule est-elle vraie ?
- Est-ce que la formule est vraie si on change le *il existe un chemin* en *pour tous les chemins* ?

Exercice 8 : Comment écrire en CTL : *toute trace dans le système passe directement d'un état où a est présent à un état où a est absent* ? Dans quel état cette formule est vraie ?

Exercice 9 : Que signifie la formule suivante : $a \wedge b \implies AG(EF(ab))$. Est-elle satisfaite par tous les états de la sémantique booléenne ?