Cours de Base de Données
Cours n.3
Algèbre relationnelle

L2 Informatique - Portail Sciences et Technologies

Elisabetta De Maria - http://www.i3s.unice.fr/∼edemaria/

DS4H et Laboratoire I3S, CNRS

2023-2024

Université Côte d'Azur

UNIVERSITÉ CÔTE D'AZUR

Algèbre relationnelle

- Langage procédural : indique comment construire une nouvelle relation à partir d'une ou plusieurs relations existantes
- Langage abstrait, avec des opérations qui travaillent sur une (ou plusieurs) relation(s) pour définir une nouvelle relation sans changer la (ou les) relation(s) originale(s)
- le résultat de toute opération est une relation (**propriété de fermeture**)

Les opérations de l’algèbre relationnelle

Les cinq opérations fondamentales

- sélection
- projection
- produit cartésien
- union
- différence

Autres opérations

- jointure
- intersection
- division
- ...

Opérateurs algébriques

Opérateurs ensemblistes

- union
- intersection
- difference
- produit

Opérateurs relationnels spécifiques

- sélection
- projection
- jointure
- division

Tables d'exemple

- CLIENT(numéro, nom, adresse, téléphone)
- PRODUIT (référence, marque, prix)
- VENTE(numéro, ref_produit#, no_client#, date)

Client			
numéro	nom	adresse	téléphone
101	Durand	Nice	0493939393
106	Fabre	Paris	NULL
110	Prosper	Paris	NULL
125	Antonin	Marseille	0491919191

Produit		
référence	marque	prix
153	BMW	8 000 €
589	Peugeot	7 450 €
158	Toyota	6 725 €
589	Citroën	7 000 €

Vente			
numéro	ref_produit#	no_client#	date
102	153	101	12/10/2004
809	589	108	20/01/2005
11005	158	108	15/03/2005
12005	589	125	30/03/2005

Opérations unaires

Soit $R(a_1, a_2, ..., a_N)$ une relation.

Sélection : $\sigma_{predicat}(R)$

La sélection travaille sur R et définit une relation qui ne contient que les tuples de R qui satisfont à la condition (ou prédicat) spécifiée.

Projection : $\pi_{a_1,...,a_k}(R)$

La projection travaille sur R et définit une relation restreinte à un sous-ensemble des attributs de R, en extrayant les valeurs des attributs spécifiés et en supprimant les doublons.

Opérateur SELECTION

La sélection : opérateur **SELECT** - sélection d'un sous-ensemble de tuples d'une relation qui vérifient une condition

exemple : $\sigma_{\text{adresse=PARIS}}$ (Client)

Client

relation résultante

numéro	nom	adresse	téléphone
101	Durand	NICE	0493942613
106	Fabre	PARIS	
110	Prosper	PARIS	
125	Antonin	MARSEILLE	0491258472

La relation résultante :
même schéma que la relation sur laquelle porte la sélection

Expression de sélection:

= | ≠ | ≤ | < | > | ≥

∧ | ∨ | ¬

Exercice

1. Afficher les clients qui habitent Paris ou Nice
2. Afficher les ventes du client n° 120 du 20 oct 04
3. Afficher les clients qui n'habitent pas Nice

Q1 : $\sigma_{\text{adresse = PARIS or adresse = Nice}}(\text{Client})$

Q2 : $\sigma_{\text{numéro\_client = 120 and date = 20 oct 04}}(\text{Vente})$

Q3 : $\sigma_{\text{adresse} \neq \text{Nice}}(\text{Client})$

Vente

numéro	référence_produit	numéro_client	date
00102	153	101	12/10/04
00809	589	108	20/01/05
11005	158	108	15/03/05
12005	589	125	30/03/05

Opérateur PROJECTION

La projection : opérateur **PROJECT** – sélection de certaines colonnes d'une relation

exemple : π nom, téléphone (Client)

Client

numéro	nom	adresse	téléphone
101	Durand	NICE	0493942613
106	Fabre	PARIS	NULL
110	Prosper	PARIS	NULL
125	Antonin	MARSEILLE	0491258472

Fabre à la place de *Propser*?

Relation résultante

Exercice

1. Afficher la référence du produit et numéro de client
2. Afficher le nom et l'adresse des clients de Nice

Q1 : $\pi_{\text{Référence\_produit, numéro\_client}}$ (Vente)

Q2 : $\pi_{\text{nom, adresse}}$ (Client)

Vente

numéro	référence_produit	numéro_client	date
00102	153	101	12/10/04
00809	589	108	20/01/05
11005	158	108	15/03/05
12005	589	125	30/03/05

Opérations ensemblistes (1)

Soient $R(a_1, ..., a_N)$ et $S(b_1, ..., b_M)$ deux relations.

Union : $R \cup S$

L'union de deux relations R et S définit une relation qui contient tous les tuples de R, de S ou à la fois de R et S, les tuples en double étant éliminés.

Différence d'ensembles : $R - S$

La différence d'ensemble définit une relation qui comporte les tuples qui existent dans la relation R et non dans la relation S.

Intersection : $R \cap S$

L'intersection définit une relation constituée de l'ensemble de tous les tuples présents à la fois dans R et dans S.

Opérations ensemblistes (2)

Produit cartésien : $R \times S$

Le produit cartésien définit une relation constituée de la concatenation de tous les tuples de la relation R avec tous ceux de la relation S

Relations de schemas quelconques

Opérateur UNION

Soit deux relations *R1* et *R2* de <u>même schéma</u>

R1 ∪ R2 est la relation contenant les tuples appartenant à R1 ou à R2

R1

A1	A2	A3	
a1	a2	a3	*
b1	b2	b3	*
c1	c2	c3	
d1	d2	d3	

R2

A1	A2	A3	
a1	a2	a3	*
e1	e2	e3	
b1	b2	b3	*

UNION
R1∪R2

Relation temporaire

A1	A2	A3
a1	a2	a3
b1	b2	b3
c1	c2	c3
d1	d2	d3
e1	e2	e3

* *
Suppression des lignes identiques

commutatif: [R1 ∪ R2] = [R2 ∪ R1]

associatif: [(R1 ∪ R2) ∪ R3] = [R2 ∪ (R1 ∪ R3)]

Opérateur INTERSECTION

Soit deux relations R1 et R2 de <u>même schéma</u>

R1 ∩ R2 est la **relation contenant les tuples appartenant à R1 et à R2**

R1

A1	A2	A3	
a1	a2	a3	*
b1	b2	b3	*
c1	c2	c3	
d1	d2	d3	

R2

A1	A2	A3	
a1	a2	a3	*
e1	e2	e3	
b1	b2	b3	*

INTERSECTION

R1∩R2

A1	A2	A3
a1	a2	a3
b1	b2	b3

Relation temporaire

* *

On garde que les lignes identiques

commutatif: [R1 ∩ R2] = [R2 ∩ R1]

associatif: [(R1 ∩ R2) ∩ R3] = [R2 ∩ (R1 ∩ R3)]

UNIVER
CÔTE D'A

Opérateur DIFFERENCE

Soit deux relations R1 et R2 de même schéma

R1 - R2 est la relation contenant les tuples de R1 n'appartenant pas à R2

R1

A1	A2	A3	
a1	a2	a3	*
b1	b2	b3	*
c1	c2	c3	
d1	d2	d3	

R2

A1	A2	A3	
a1	a2	a3	*
e1	e2	e3	
b1	b2	b3	*

DIFFERENCE

R1-R2

Relation temporaire

A1	A2	A3
c1	c2	c3
d1	d2	d3

Non commutatif: [R1 - R2] ≠ [R2 – R1]

Non associatif: [(R1 - R2) – R3] ≠ [R2 – (R1 – R3)]

UNIVER
CÔTE D'A

Opérateur Produit cartésien

Soient les relations **R(A_1, ..., A_n)** et **S(B_1, ..., B_p)**
avec $\{A_1, ..., A_n\} \cap \{B_1, ...,B_p\}$ éventuellement vide

Le ***produit cartésien*** de S et de R noté **R x S**
est défini par la relation Q(A_1, ..., A_n, B_1, ..., B_p) telle que :
(a_1, ..., a_n, b_1, ..., b_p) $\in$ Q **ssi** (a_1, ..., a_n)$\in$R et (b_1, ..., b_p) $\in$S

R1

A	B	C
a1	b1	c1
a2	b2	c2
a3	b3	c3

R2

X	Y
x1	y1
x2	y2

PRODUIT CARTESIEN

R1XR2

A	B	C	X	Y
a1	b1	c1	x1	y1
a2	b2	c2	x1	y1
a3	b3	c3	x1	y1
a1	b1	c1	x2	y2
a2	b2	c2	x2	y2
a3	b3	c3	x2	y2

commutatif: [R1 x R2] = [R2 x R1]
associatif: [(R1 x R2) x R3] = [R2 x (R1 x R3)]

Propriétés de la structure

Même schéma

degré(R1 $\cup$ R2) = degré(R1) = degré(R2)

degré(R1 $\cap$ R2) = degré(R1) = degré(R2)

degré(R1 – R2)= degré(R1) = degré(R2)

Schéma quelconque

degré(R1 x R2) = degré(R1) + degré(R2)

UNIVERSITÉ CÔTE D'AZUR

Opérations de jointure

Jointure thêta (θ-join) : $R \bowtie_P S$

La thêta-jointure définit une relation qui contient les tuples qui satisfont le prédicat P du produit cartésien de R et S. Le prédicat P est de la forme $R.a_i \theta S.b_j$ où θ est l'un des opérateurs de comparaison ($<, \leq, >, \geq, =, \neq$).

Si le prédicat P est l'égalité ($=$), on parle d'**équijointure**

Jointure naturelle : $R * S$

La jointure naturelle est une équijointure des relations R et S sur tous les attributs communs en retirant les occurrences multiples d'attributs.

Opérateur JOINTURE / Theta-JOINTURE

La jointure : opérateur **JOIN**, noté ⋈ - combiner une paire de tuples de deux relations en un seul tuple

$$\text{Client} \underset{\text{numéro} = \text{no\_client}}{\bowtie} \text{Vente}$$

Critère de sélection: = | ≠ | ≤ | < | > | ≥

Client

numéro	nom	adresse	téléphone
101	Durand	NICE	0493942613
106	Fabre	PARIS	NULL
106	Fabre	PARIS	NULL
125	Antonin	MARSEILLE	0491258472

Vente

numéro	ref_produit	no_client	date
00102	AF153	101	12/10/04
00809	BG589	106	18/10/04
11005	VF158	106	05/10/04
12005	BG589	125	25/10/04

La relation résultante :

- autant d'attributs que le produit cartésien (degré(R1) + degré(R2))
- moins de tuples

Exercice

1. Afficher le nom des clients avec les dates de leurs achats
2. Afficher, pour le client numéro 125, le numéro de vente et la marque des produits achetés

Q1 : $\pi_{\text{Client.nom, Vente.date}} (\text{Client} \bowtie_{\text{Client.numéro = Vente.no\_client}} \text{Vente})$

Q2 : $V1 = \sigma_{\text{Vente.no\_client = 125}} (\text{Vente})$

$R1 = V1 \bowtie_{\text{Vente.ref\_produit = Produit.référence}} \text{Produit}$

$Res = \pi_{\text{Vente.numéro, Produit.marque}} (R1)$

Exercice (suite)

3. Afficher la référence des produits dont le prix est supérieur au produit qui a pour référence 153.

PRODUIT

référence	marque	prix
153	BMW	1000
589	PEUGEOT	1800
158	TOYOTA	1500

curseurs

PRODUIT

référence	marque	prix
153	BMW	1000
589	PEUGEOT	1800
158	TOYOTA	1500

Q3 $P1 = \rho\,(Produit)$ *opérateur de renommage*

$$P2 = \sigma_{P1.\text{référence} = 153}\,(P1)$$

$$Res = \pi_{Produit.\text{référence}}\,(Produit \bowtie_{Produit.prix > P1.prix} P2)$$

Opérateur Equijointure / Jointure naturelle

- **Théta-jointure avec opérateur =**
- **Equijointure** la condition fait appel à l'opérateur **=**
- Jointure **naturelle noté * :**
  équijointure dont la condition porte sur des attributs identiques (de même domaine et même nom)
  un seul des deux attributs est conservé dans le résultat

Equivalent

no_client

Client

numéro	nom	adresse	téléphone
101	Durand	NICE	0493942613
106	Fabre	PARIS	
106	Fabre	PARIS	
125	Antonin	MARSEILLE	0491258472

Vente

numéro	ref_produit	~~no_client~~	date
00102	AF153	~~101~~	12/10/04
00809	BG589	~~106~~	18/10/04
11005	VF158	~~106~~	05/10/04
12005	BG589	~~125~~	25/10/04

Exemple de jointure naturelle

Afficher le nom des clients avec les dates de leurs achats

$$\pi_{\text{Client.nom, Vente.date}} \left(\text{Client} \bowtie_{\text{Client.numéro = Vente.no\_client}} \text{Vente}\right)$$

ou

Renommage Client.numéro en Client.no_client

$$\pi_{\text{Client.nom, Vente.date}} \left(\text{Client} * \text{Vente}\right)$$

no_client	nom	adresse	téléphone	numéro	ref_produit	date
101	Durand	NICE	0493942613	00102	AF153	12/10/04
106	Fabre	PARIS		00809	BG589	18/10/04
106	Fabre	PARIS		11005	VF158	05/10/04
125	Carré	MARSEILLE	0491258472	12005	BG589	25/10/04

Opération de division

Supposons que la relation R soit définie sur l'ensemble d'attributs A et que la relation S soit définie sur l'ensemble d'attributs B, de telle sorte que $B \subseteq A$. Soit $C = A - B$.

Division $R \div S$

La division définit une relation sur les attributs C, constituée de l'ensemble des tuples de R qui correspondent à la combinaison de **tous les** tuples de S.

- $T_1 = \pi_C(R)$
- $T_2 = \pi_C((S \times T_1) - R)$
- $T = T_1 - T_2$

Opérateur DIVISION

La division : opérateur **DIVIDE**, noté ÷, utilisé pour répondre à des requête du type : "quels sont les reférences des produits achetés par *tous* les clients?"

R1

A	B
a1	x1
a2	x2
a3	x1
a1	x2
a2	x1

R2

X
x1
x2

A
a1
a2

DIVISION

R1÷R2

$$R1 = \pi_{\text{Vente.ref\_produit, Vente.no-client}}(\text{Vente})$$

$$R2 = \pi_{\text{Client.numéro}}(\text{Client})$$

$$RES = R1 \div R2$$

Autres opérateurs

Opérateur renommer noté α

- ❑ Changer le nom d'un (ou plusieurs) attribut d'une relation R:
  α [nom_attr1: nouveau_nom_pour_attr1, …] R
- ❑ Utile avant les jointures (homonymie, synonymie), ou avant les opérations ensemblistes (même nom requis).

Opérateurs dérivés

- ❑ Jointure externe
- ❑ Semi-jointure gauche, droite

Autres jointures

Jointure externe (gauche) entre R et S

La jointure externe gauche est une jointure dans laquelle les tuples de la relation R qui n'ont pas nécessairement de valeur correspondente dans S parmi les attributs communs de R et S, sont également inclus dans la relation résultante. Les valeurs manquantes dans la seconde relation sont mises à nul.

- **Jointure externe droite** : le résultat conserve tous les tuples de la relation de droite
- **Jointure externe complete** : le résultat reprend tous les tuples de deux relations et remplit de nuls les attributs absents pour tous les cas de non-correspondence

Semi-jointure entre R et S

La semi-jointure définit une relation qui contient les tuples de R qui participent à la jointure de R avec S.

Operateur JOINTURE EXTERNE

La jointure externe entre les relations S et R notée S ⟗ R :

- ✓ la jointure S ⋈ R
- ✓ les tuples de S et R ne participant pas à la jointure

CLIENT ⟗ VENTE

no_client	nom	adresse	téléphone	numéro	ref_produit	date
101	Durand	NICE	0493942613	00102	AF153	12/10/04
106	Fabre	PARIS	NULL	00809	BG589	18/10/04
106	Fabre	PARIS	NULL	11005	VF158	05/10/04
110	Prosper	PARIS	0491258472	12005	BG589	25/10/04
125	Antonin	MARSEILLE	NULL	NULL	NULL	NULL

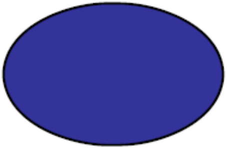
A droite et à gauche

Pas d'informations

UNIVERSITÉ CÔTE D'AZUR

i3S sophia antipolis

Opérateurs déduits



Intersection :

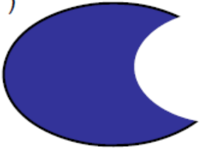
$R \cap S = R - (R - S) = S - (S - R)$ ou

$R \cap S = (R \cup S) - ((R - S) \cup (S - R))$

Jointure naturelle :

Soient R (X,Y) et S (Y,Z)

$R * S = \pi\,[X,Y,Z]\ \sigma\,[Y = Y']\ (\ R \times \alpha[Y : Y']S\ )$



Thêta jointure :

Soient R (X,Y) et S (U,V)

$R *[p]\ S = \sigma\,[p]\ (\ R \times S\ )$

Division :

Soient R (X,Y) et S (Y)

$R/S = \pi\,[X]\ R - \pi\,[X]\ (\ (\ (\ \pi[X]R\ ) \times S\ ) - R\ )$

UNIVERSITÉ CÔTE D'AZUR

Complexité des opérateurs

Sélection : σ [condition] R

- Au plus: balayer la relation + tester la condition sur chaque tuple.
- Complexité = card (R).
- Taille du résultat : [0 : card (R)].

Projection : π [Ai, Ak…] R

- Balayer la relation + élimination doublons
- Complexité = card (R). *0 si inclut dans une sélection*
- Taille du résultat : [1 : card (R)].

Jointure (naturelle ou thêta) entre R et S

- Balayer R et pour chaque tuple de R faire :
  Balayer S et comparer chaque tuple de S avec celui de R.
- Complexité = card (R) x card (S).
- Taille du résultat : [0 : card (R) x card (S)].

UNIVERSITÉ CÔTE D'AZUR

i3S sophia antipolis

Fonctions des opérateurs

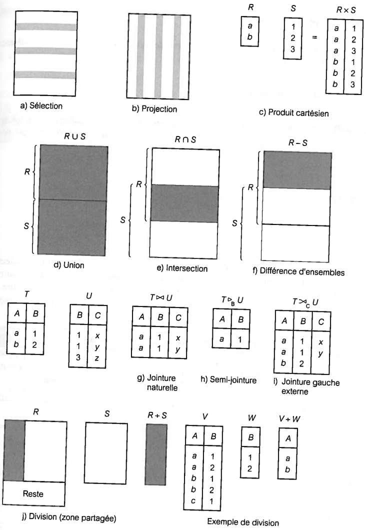


Figure 4.1 Illustration des fonctions des opérations de l'algèbre relationnelle.

Les opérations de sélection et de projection sont des opérations

Exercice

Relations :

- Journal (<u>code-j</u>, titre, prix, type, périodicité)
- Dépôt (<u>no-dépôt</u>, nom-dépôt, adresse)
- Livraison (<u>no-dépôt</u>, <u>code-j</u>, <u>date-liv</u>, quantité-livrée)

Requêtes :

- Quel est le prix des journaux ?
- Donnez tous les renseignements connus sur les hebdomadaires.
- Donnez les codes des journaux livrés à Nice.
- Donnez les numéros des dépôts qui reçoivent tous les journaux.