Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.

— Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
— Les téléphones doivent être rangés.
— Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
— Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
— Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

A $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$
B $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini
C $\Sigma^* \setminus L$ est régulier

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

A si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.
B si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA
C si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états
D si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

A $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$
B $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$
C $\exists X.X(0) \wedge \forall x.X(x) \Rightarrow \exists y.y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$
D $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

A NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
B PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
C EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
D P : en temps déterministe polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

A NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
B P : en temps déterministe polynomial
C EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
D PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

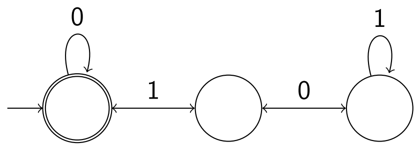
A NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
B PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
C P : en temps déterministe polynomial
D EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

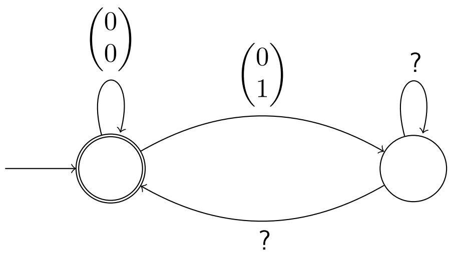
$\boxed{\text{A}}$ x est un diviseur de y
$\boxed{\text{B}}$ $x = y \times z$ et $x = z$
$\boxed{\text{C}}$ $x = 2 \times y + 1$

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



$\boxed{\text{A}}$ x=1 modulo 2
$\boxed{\text{B}}$ 3 est un diviseur de x
$\boxed{\text{C}}$ x est une puissance de 2

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^{n} U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi <u>déterministe</u> qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.

- Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
- Les téléphones doivent être rangés.
- Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
- Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
- Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \dots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

A $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini

B $\Sigma^* \setminus L$ est régulier

C $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

A si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA

B si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier

C si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.

D si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

A $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$

B $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$

C $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$

D $\exists X.X(0) \wedge \forall x.X(x) \Rightarrow \exists y.y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

A EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

B PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

C NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

D P : en temps déterministe polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

A NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

B EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

C PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

D P : en temps déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

A PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

B P : en temps déterministe polynomial

C EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

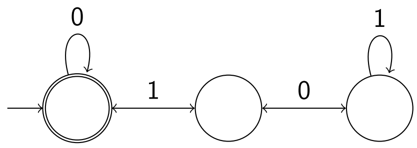
D NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

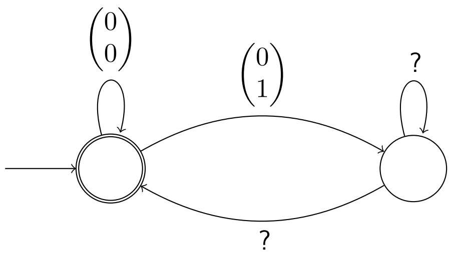
- $\boxed{\text{A}}$ $x = 2 \times y + 1$
- $\boxed{\text{B}}$ x est un diviseur de y
- $\boxed{\text{C}}$ $x = y \times z$ et $x = z$

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



- $\boxed{\text{A}}$ 3 est un diviseur de x
- $\boxed{\text{B}}$ x est une puissance de 2
- $\boxed{\text{C}}$ x=1 modulo 2

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^{n} U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi <u>déterministe</u> qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.
- — Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
- — Les téléphones doivent être rangés.
- — Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
- — Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
- — Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

A $\Sigma^* \setminus L$ est régulier

B $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$

C $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

A si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états

B si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier

C si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.

D si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

A $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$

B $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$

C $\exists X. X(0) \wedge \forall x. X(x) \Rightarrow \exists y. y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$

D $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

A NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

B P : en temps déterministe polynomial

C PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

D EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

A PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

B EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

C P : en temps déterministe polynomial

D NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

A EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

B PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

C NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

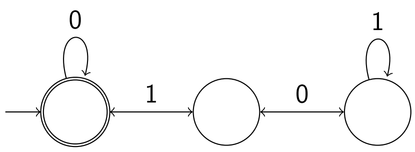
D P : en temps déterministe polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

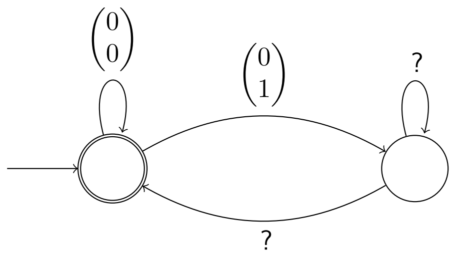
A $x = y \times z$ et $x = z$
B $x = 2 \times y + 1$
C x est un diviseur de y

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



A x est une puissance de 2
B 3 est un diviseur de x
C x=1 modulo 2

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^{n} U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi <u>déterministe</u> qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.

— Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
— Les téléphones doivent être rangés.
— Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
— Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
— Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

A $\Sigma^* \setminus L$ est régulier
B $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini
C $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

A si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états
B si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier
C si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.
D si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

A $\exists X. X(0) \wedge \forall x. X(x) \Rightarrow \exists y. y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$
B $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$
C $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$
D $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

A PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
B EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
C P : en temps déterministe polynomial
D NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

A EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
B PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
C P : en temps déterministe polynomial
D NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

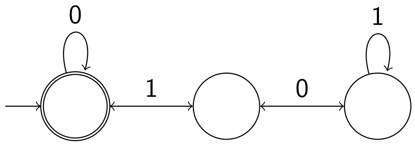
A P : en temps déterministe polynomial
B EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
C PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
D NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

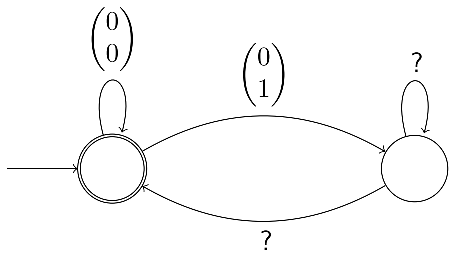
A $x = 2 \times y + 1$
B $x = y \times z$ et $x = z$
C x est un diviseur de y

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



A x est une puissance de 2
B 3 est un diviseur de x
C x=1 modulo 2

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^n U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi déterministe qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

. . . .

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.
— Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
— Les téléphones doivent être rangés.
— Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
— Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
— Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

A $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini
B $\Sigma^* \setminus L$ est régulier
C $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

A si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états
B si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier
C si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA
D si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

A $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$
B $\exists X. X(0) \wedge \forall x. X(x) \Rightarrow \exists y. y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$
C $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$
D $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

A PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
B NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
C P : en temps déterministe polynomial
D EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

A PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
B NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
C P : en temps déterministe polynomial
D EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

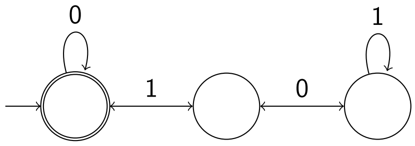
A NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
B EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
C PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
D P : en temps déterministe polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

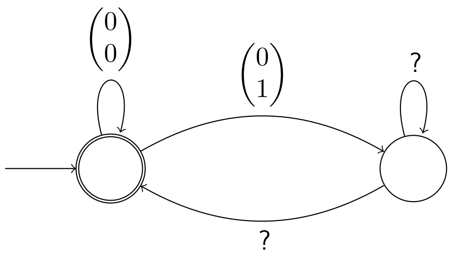
- A $x = y \times z$ et $x = z$
- B x est un diviseur de y
- C $x = 2 \times y + 1$

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



- A 3 est un diviseur de x
- B x=1 modulo 2
- C x est une puissance de 2

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^{n} U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi déterministe qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

. . . .

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.

- Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
- Les téléphones doivent être rangés.
- Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
- Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
- Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

[A] $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$
[B] $\Sigma^* \setminus L$ est régulier
[C] $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

[A] si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états
[B] si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA
[C] si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.
[D] si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

[A] $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$
[B] $\exists X.X(0) \wedge \forall x.X(x) \Rightarrow \exists y.y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$
[C] $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$
[D] $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

[A] NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
[B] EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
[C] P : en temps déterministe polynomial
[D] PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

[A] PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
[B] EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
[C] P : en temps déterministe polynomial
[D] NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

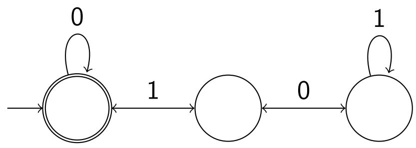
[A] PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
[B] EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
[C] P : en temps déterministe polynomial
[D] NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

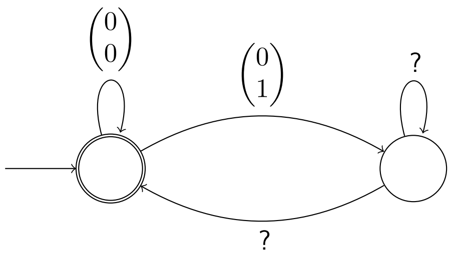
$\boxed{\text{A}}$ $x = y \times z$ et $x = z$
$\boxed{\text{B}}$ $x = 2 \times y + 1$
$\boxed{\text{C}}$ x est un diviseur de y

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



$\boxed{\text{A}}$ x est une puissance de 2
$\boxed{\text{B}}$ x=1 modulo 2
$\boxed{\text{C}}$ 3 est un diviseur de x

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^{n} U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi <u>déterministe</u> qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.
— Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
— Les téléphones doivent être rangés.
— Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
— Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
— Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

A $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini
B $\Sigma^* \setminus L$ est régulier
C $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

A si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n+1$ états.
B si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier
C si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA
D si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

A $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$
B $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$
C $\exists X. X(0) \wedge \forall x. X(x) \Rightarrow \exists y. y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$
D $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

A PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
B NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
C P : en temps déterministe polynomial
D EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

A EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
B NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
C P : en temps déterministe polynomial
D PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

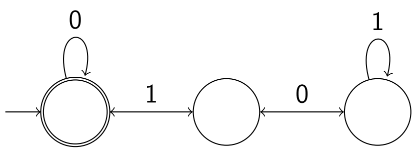
A EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
B P : en temps déterministe polynomial
C NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
D PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

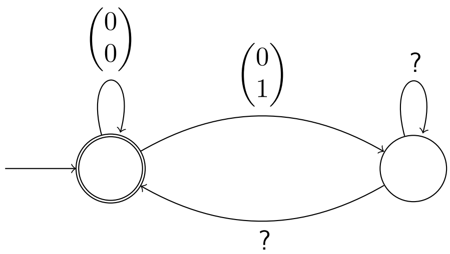
- A $x = y \times z$ et $x = z$
- B $x = 2 \times y + 1$
- C x est un diviseur de y

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



- A x est une puissance de 2
- B x=1 modulo 2
- C 3 est un diviseur de x

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^n U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi <u>déterministe</u> qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.
- Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
- Les téléphones doivent être rangés.
- Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
- Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
- Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

A $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$
B $\Sigma^* \setminus L$ est régulier
C $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

A si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA
B si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier
C si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états
D si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

A $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$
B $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$
C $\exists X. X(0) \wedge \forall x. X(x) \Rightarrow \exists y. y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$
D $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

A P : en temps déterministe polynomial
B NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
C PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
D EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

A EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
B PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
C P : en temps déterministe polynomial
D NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

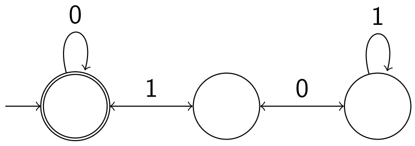
A NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
B P : en temps déterministe polynomial
C PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
D EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

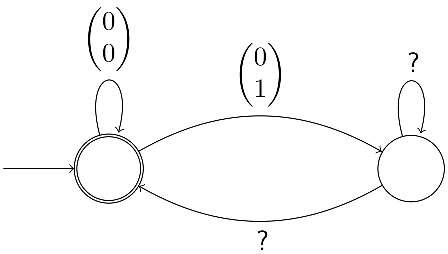
A $x = y \times z$ et $x = z$
B $x = 2 \times y + 1$
C x est un diviseur de y

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



A x=1 modulo 2
B x est une puissance de 2
C 3 est un diviseur de x

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^{n} U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi <u>déterministe</u> qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.
— Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
— Les téléphones doivent être rangés.
— Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
— Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
— Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

A $\Sigma^* \setminus L$ est régulier
B $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$
C $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

A si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier
B si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA
C si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états
D si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

A $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$
B $\exists X.X(0) \wedge \forall x.X(x) \Rightarrow \exists y.y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$
C $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$
D $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

A P : en temps déterministe polynomial
B EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
C NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
D PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

A EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
B P : en temps déterministe polynomial
C PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
D NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

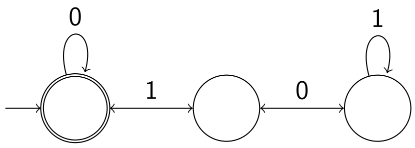
A NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
B P : en temps déterministe polynomial
C PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
D EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

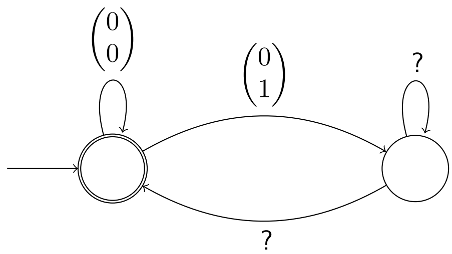
- A $x = y \times z$ et $x = z$
- B $x = 2 \times y + 1$
- C x est un diviseur de y

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



- A 3 est un diviseur de x
- B x=1 modulo 2
- C x est une puissance de 2

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^n U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi déterministe qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

☐ 0 ☐ 1 ☐ 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.

— Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
— Les téléphones doivent être rangés.
— Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
— Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
— Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

A $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini
B $\Sigma^* \setminus L$ est régulier
C $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

A si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA
B si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états
C si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.
D si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

A $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$
B $\exists X.X(0) \wedge \forall x.X(x) \Rightarrow \exists y.y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$
C $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\mathsf{end})$
D $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

A EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
B P : en temps déterministe polynomial
C NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
D PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

A PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
B EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
C NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
D P : en temps déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

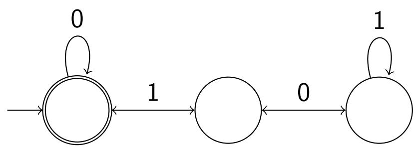
A EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
B P : en temps déterministe polynomial
C NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
D PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

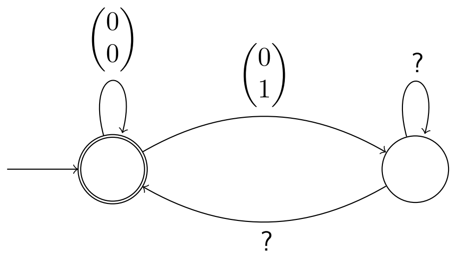
- $\boxed{\text{A}}$ $x = 2 \times y + 1$
- $\boxed{\text{B}}$ x est un diviseur de y
- $\boxed{\text{C}}$ $x = y \times z$ et $x = z$

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



- $\boxed{\text{A}}$ x est une puissance de 2
- $\boxed{\text{B}}$ x=1 modulo 2
- $\boxed{\text{C}}$ 3 est un diviseur de x

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^{n} U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi <u>déterministe</u> qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.
- Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
- Les téléphones doivent être rangés.
- Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
- Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
- Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

A $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini
B $\Sigma^* \setminus L$ est régulier
C $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

A si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA
B si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier
C si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états
D si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

A $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$
B $\exists X. X(0) \wedge \forall x. X(x) \Rightarrow \exists y. y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$
C $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$
D $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

A PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
B P : en temps déterministe polynomial
C NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
D EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

A P : en temps déterministe polynomial
B EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
C PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
D NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

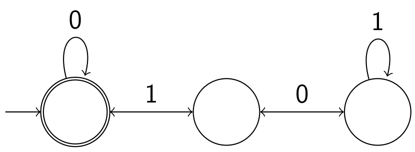
A PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
B EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
C P : en temps déterministe polynomial
D NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

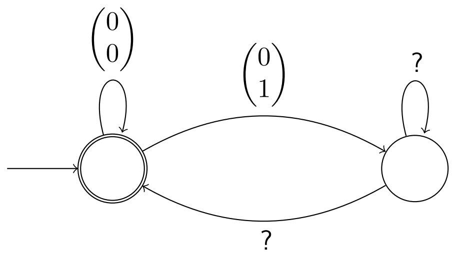
- A $x = y \times z$ et $x = z$
- B $x = 2 \times y + 1$
- C x est un diviseur de y

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



- A x est une puissance de 2
- B x=1 modulo 2
- C 3 est un diviseur de x

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^{n} U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi déterministe qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.

— Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
— Les téléphones doivent être rangés.
— Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
— Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
— Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

[A] $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini
[B] $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$
[C] $\Sigma^* \setminus L$ est régulier

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

[A] si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier
[B] si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.
[C] si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA
[D] si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

[A] $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$
[B] $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$
[C] $\exists X. X(0) \wedge \forall x. X(x) \Rightarrow \exists y. y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$
[D] $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

[A] P : en temps déterministe polynomial
[B] EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
[C] NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
[D] PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

[A] NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
[B] PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
[C] EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
[D] P : en temps déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

[A] P : en temps déterministe polynomial
[B] PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
[C] EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
[D] NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

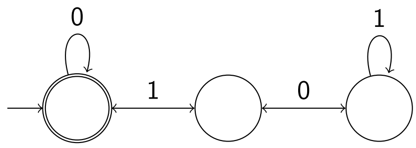
Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

A $x = 2 \times y + 1$

B $x = y \times z$ et $x = z$

C x est un diviseur de y

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?

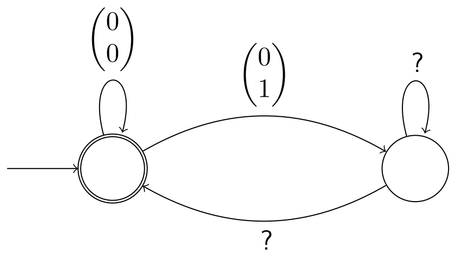


A x est une puissance de 2

B 3 est un diviseur de x

C x=1 modulo 2

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^{n} U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi déterministe qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.

— Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
— Les téléphones doivent être rangés.
— Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
— Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
— Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

- [A] $\Sigma^* \setminus L$ est régulier
- [B] $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$
- [C] $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

- [A] si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états
- [B] si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.
- [C] si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier
- [D] si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

- [A] $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$
- [B] $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$
- [C] $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$
- [D] $\exists X.X(0) \wedge \forall x.X(x) \Rightarrow \exists y.y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

- [A] PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
- [B] NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
- [C] P : en temps déterministe polynomial
- [D] EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

- [A] P : en temps déterministe polynomial
- [B] EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
- [C] PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
- [D] NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

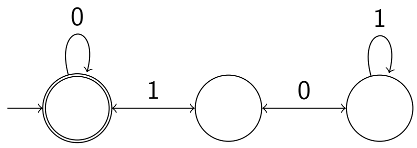
- [A] EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial
- [B] NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
- [C] P : en temps déterministe polynomial
- [D] PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

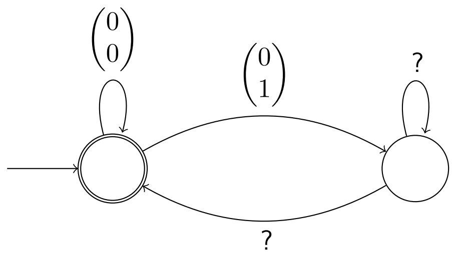
A $x = y \times z$ et $x = z$
B x est un diviseur de y
C $x = 2 \times y + 1$

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



A x=1 modulo 2
B 3 est un diviseur de x
C x est une puissance de 2

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^{n} U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi <u>déterministe</u> qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.
- Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.
- Les téléphones doivent être rangés.
- Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.
- Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.
- Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \dots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

A $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini

B $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$

C $\Sigma^* \setminus L$ est régulier

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

A si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier

B si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA

C si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.

D si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

A $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$

B $\exists X. X(0) \wedge \forall x. X(x) \Rightarrow \exists y. y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$

C $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$

D $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

A NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

B P : en temps déterministe polynomial

C EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

D PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

A P : en temps déterministe polynomial

B PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

C NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

D EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

A EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

B PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

C P : en temps déterministe polynomial

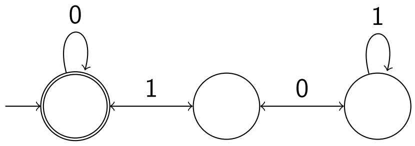
D NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

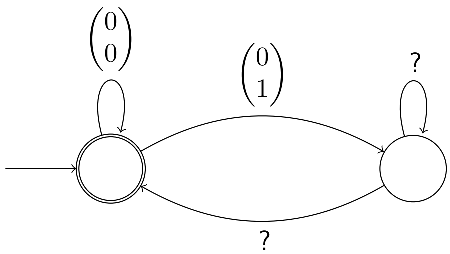
- $\boxed{\text{A}}$ $x = y \times z$ et $x = z$
- $\boxed{\text{B}}$ x est un diviseur de y
- $\boxed{\text{C}}$ $x = 2 \times y + 1$

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



- $\boxed{\text{A}}$ x=1 modulo 2
- $\boxed{\text{B}}$ 3 est un diviseur de x
- $\boxed{\text{C}}$ x est une puissance de 2

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^n U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi déterministe qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 :

☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Logique avancée

Examen blanc

M1 Informatique – Université Nice Sophia Antipolis

Durée : 1 heure 30 minutes.

— Aucun document ni aucune machine ne sont autorisés.

— Les téléphones doivent être rangés.

— Les réponses sont à reporter sur les feuilles de réponse en fin de sujet. Ces feuilles sont à dégrafer du sujet et à rendre en fin d'épreuve sans agrafe.

— Les réponses doivent être écrites lisiblement. Le correcteur blanc et l'effaceur sont autorisés, ils peuvent être utilisés pour décocher une case cochée par erreur, mais dans ce cas, n'essayez pas de redessiner la case.

— Pour les QCM, cochez la case avec une croix au **stylo noir**, ou à défaut bleu.

QCM mots finis (6 points)

Question 1 Soit $L = \{w_1, \ldots, w_n\}$ un langage de cardinal $|L| = n$ fini. Parmi les assertions suivantes, laquelle est toujours vraie ?

A $\Sigma^* \setminus L$ est régulier

B $(\Sigma^* \setminus L) \cap L^*$ est de cardinal fini

C $(\Sigma^* \setminus L)^* = \Sigma^* \setminus L^*$

Question 2 Parmi les assertions suivantes, laquelle est fausse ?

A si $L = L_1 \cup L_2$ et si L_1, L_2 sont reconnus par des NFAs ayant au plus n états chacuns, alors L est reconnu un NFA ayant au plus $2n + 1$ états.

B si $L = L_1 \cap L_2$ et L, L_1 sont réguliers, alors L_2 est régulier

C si L est reconnu par un AFA avec n états, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un AFA avec n états

D si L est reconnu par un NFA, alors $\Sigma^* \setminus L$ est reconnu par un DFA

Question 3 On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$. Parmi les formules de weak MSO suivantes, laquelle définit le langage $(ab)^*$?

A $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \big(P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)\big)$

B $P_a(0) \wedge \forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow (P_a(x) \Leftrightarrow P_b(y)) \wedge P_b(\text{end})$

C $\forall x, y.\, x = y + 1 \Rightarrow \neg\big(P_a(x) \wedge P_a(y)\big) \wedge \neg\big(P_b(x) \wedge P_b(y)\big)$

D $\exists X. X(0) \wedge \forall x. X(x) \Rightarrow \exists y. y = x + 1 \wedge \neg X(y) \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$

Question 4 Le problème du mot pour un NFA peut être décidé

A EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

B P : en temps déterministe polynomial

C PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

D NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

Question 5 L'existence d'une stratégie gagnante pour un jeu d'accessibilité fini peut être décidée

A PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

B EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

C NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

D P : en temps déterministe polynomial

Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

A NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial

B P : en temps déterministe polynomial

C EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

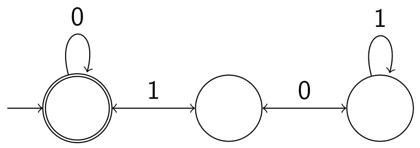
D PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

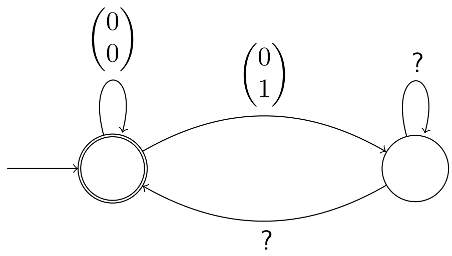
- A $x = y \times z$ et $x = z$
- B x est un diviseur de y
- C $x = 2 \times y + 1$

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



- A x=1 modulo 2
- B 3 est un diviseur de x
- C x est une puissance de 2

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^{n} U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi déterministe qui reconnait L.

Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0	☐0
☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1	☐1
☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2	☐2
☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3	☐3
☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4	☐4
☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5	☐5
☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6	☐6
☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7	☐7
☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8	☐8
☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9	☐9

← Codez ci-contre votre numéro d'étudiant : cochez dans la première colonne le premier chiffre (a priori un 2), puis dans la deuxième colonne le deuxième chiffre, etc

Nom et prénom :

....

Les réponses aux questions sont à donner exclusivement sur ces 4 feuilles : les réponses données sur les feuilles précédentes ne seront pas prises en compte.

Réponse à la question 1 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 2 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 3 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 4 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 5 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 6 : ☐A ☐B ☐C ☐D

Réponse à la question 7 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 8 : ☐A ☐B ☐C

Réponse à la question 9 : ☐0 ☐1 ☐2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 10 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 11 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 12 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 13 :

0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 14 : 0 1 2 *Cases réservées à la correction*

Réponse à la question 15 : 0 1 2 *Cases réservées à la correction*