Question 6 Le problème du vide pour un NBA peut être décidé

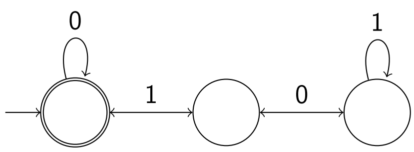
- A NP : en temps non-déterministe polynomial, mais a priori pas en temps déterministe polynomial
- B PSPACE : en espace polynomial mais a priori pas en temps non-déterministe polynomial
- ■ P : en temps déterministe polynomial
- D EXPTIME : en temps déterministe exponentiel, mais a priori pas en espace polynomial

Arithmétique de Presburger et codage en binaire (6 points)

Question 7 Parmi les propriétés suivantes, laquelle n'est pas exprimable dans l'arithmétique de Presburger ?

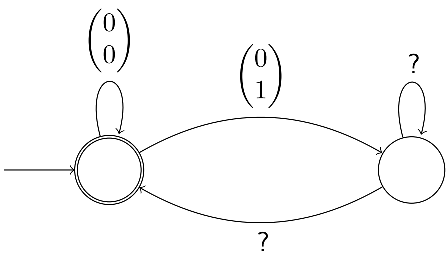
- ■ x est un diviseur de y
- B $x = y \times z$ et $x = z$
- C $x = 2 \times y + 1$

Question 8 Quel est l'ensemble des entiers x dont la représentation binaire avec bit de poids faible en tête est reconnu par cet automate ?



- A x=1 modulo 2
- ■ 3 est un diviseur de x
- C x est une puissance de 2

Question 9 On se donne l'alphabet $\Sigma = \{\binom{0}{0}, \binom{0}{1}, \binom{1}{0}, \binom{1}{1}\}$ avec la première ligne qui code un bit de x et la seconde un bit de y. Comment compléter les transitions manquantes de l'automate ci-dessous pour qu'il reconnaisse le langage des codages de la relation $x = 2 \times y$ (avec bit de poids faible en tête) ?



Automates alternants (4 points)

Question 10 On pose $\Sigma = \{a, b\}$, $Q = \{q_0, q_1\}$, $q_I = q_0$, $F = \{q_1\}$, et δ comme ci-contre. Dessinez l'automate non-déterministe équivalent obtenu par la procédure de non-déterminisation vue en cours.

	a	b
q_0	$q_0 \wedge q_1$	$q_0 \vee q_1$
q_1	$q_0 \vee q_1$	$q_0 \wedge q_1$

Question 11 Dessinez l'automate déterministe équivalent obtenu par la procédure de déterminisation des AFA vue en cours. Quel est le langage reconnu par cet automate ?

Automates de Büchi (4 points)

1:3

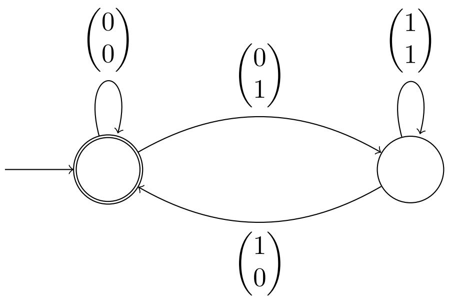
Question 12 On pose $\Sigma = \{a, b, c\}$ et $L \subseteq \Sigma^\omega$ le langage des mots infinis w tels qu'infiniment souvent un a apparait dans w immédiatement suivi d'un b. Par exemple, $(acab)^\omega \in L$ mais $(acb)^\omega \notin L$. Montrer que ce langage est ω-régulier, autrement dit qu'il s'écrit sous la forme $\bigcup_{i=1}^{n} U_i V_i^\omega$ pour des langages de mots finis réguliers U_i, V_i.

Question 13 Dessinez un automate de Büchi déterministe qui reconnait L.

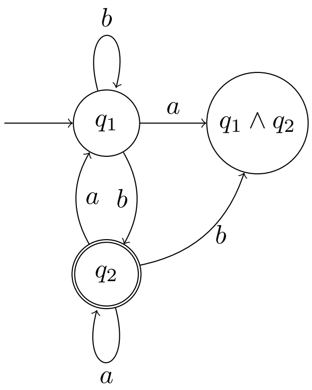
Question 14 Soit $\mathcal{A}$ l'automate de Büchi obtenu à partir de celui de la question précédente en échangeant les états acceptants et non-acceptants, comme pour la complémentation des automates finis. Donnez un mot qui est à la fois reconnu par l'automate de Büchi $\mathcal{A}$ et qui appartient à L.

Question 15 Rappelez ce qui change dans la complémentation d'un automate de Büchi déterministe par rapport à la complémentation d'un automate fini déterministe.

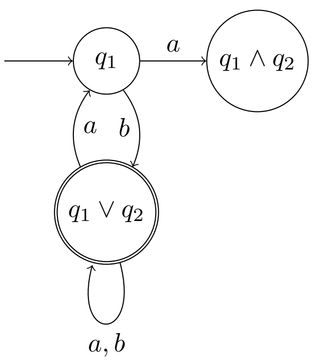
Question 9



Question 10



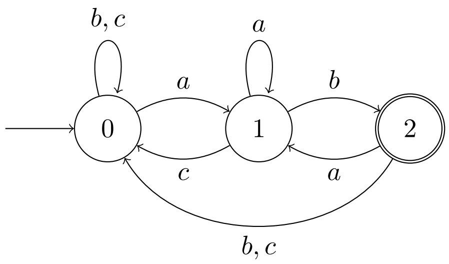
Question 11



Question 12

On pose $U = \Sigma^*$, $V = ab\Sigma^*$. Alors $L = UV^\omega$, avec U, V réguliers, donc L est ω-régulier.

Question 13

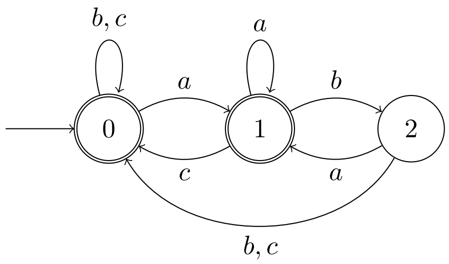


Question 14

Le mot $(ab)^\omega$ est accepté: son exécution passe infiniment souvent par l'état 1, qui est acceptant dans $\mathcal{A}$

Question 15

Avec un co-Büchi:



Avec un Büchi: