Exercices sur les automates finis

E. Lozes
Université Nice Sophia Antipolis

M1 Master Info – 2019

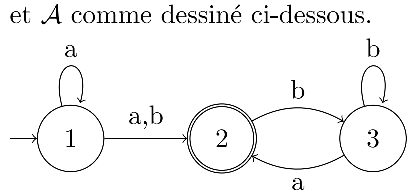
On suppose que $\Sigma = \{a, b\}$.

Exercice 1

1. Définissez un AFN dont le langage $L_3 = \{w \in \Sigma^* : w[-3] = a\}$ est l'ensemble des mots dont l'avant-avant-dernière lettre est un a.
2. Definissez l'AFD minimal de L_3.
3. On pose $L_n = \{w \in \Sigma^* : w[-n] = a\}$. Généralisez les automates de la question précédente pour reconnaitre L_n, et comparez les tailles des AFN et AFD associés à L_n.

Exercice 2

1. Dessinez un automate qui reconnait $h(L(\mathcal{A}))$ pour $h(a) = ab$, $h(b) = \epsilon$, et $\mathcal{A}$ comme dessiné ci-dessous.



2. Définissez formellement l'automate qui reconnait $h(L(\mathcal{A}))$ pour un AFN $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, q_I, F)$ et un homomorphisme $h : \Sigma^* \to \Sigma^*$ quelconques.

Exercice 3

Donnez la classe de complexité à laquelle appartiennent les problèmes de décision suivants :

— le problème de disjonction : étant donnés deux AFN $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$, a-t-on $L(\mathcal{A}) \cap L(\mathcal{B}) = \emptyset$?

— le problème de l'inclusion : étant donnés deux AFN $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$, a-t-on $L(\mathcal{A}) \subseteq L(\mathcal{B})$?

— le problème de l'équivalence : étant donnés deux AFN $\mathcal{A}$ et $\mathcal{B}$, a-t-on $L(\mathcal{A}) = L(\mathcal{B})$?

Exercice 4

On étend les expressions régulières avec les opérations d'intersection et de complémentation,

1. Proposer une définition des dérivées $D_a(e_1 \cap e_2)$ et $D_a(\neg e)$ qui soit calculable par récurrence sur l'expression régulière
2. En appliquant le principe de l'algorithme de Brzozowksi, calculez un AFN pour l'expression régulière étendue $(a + bb)^* \cap \neg\big((aa + b)^*\big)$