

Exercices – wMSO sur les mots

E. Lozes
Université Nice Sophia Antipolis

M1 Master Info – 2019

Exercice 1

Pour chaque propriété ci-dessous, donnez une formule de wMSO qui l'exprime

1. $x = y$ (sans utiliser le symbole d'égalité)
2. $y = x + 3$, et plus généralement $y = x + k$ pour k un entier constant fixé

Exercice 2

Pour chaque langage L ci-dessous, donnez une formule φ de wMSO telle que $L = L(\varphi)$. Lorsque c'est possible, prenez une formule dans FO.

1. $L = \{a_0 \dots a_n : a_{3i} = a \text{ pour tout } i < \frac{n}{3}\}$, autrement dit les mots qui contiennent un a sur toutes les positions multiples de 3.
2. Généralisez au langage $L_k = \{a_0 \dots a_n : a_{ki} = a \text{ pour tout } i < \frac{n}{k}\}$
3. a^*b^*
4. $(ac^*bc^*)^*$

Exercice 3

Que vaut $L(\varphi)$ lorsque φ est la formule

1. $\forall x.P_a(x) \Rightarrow \forall y.x < y \Rightarrow P_b(y)$
2. $\exists x.P_b(x) \wedge \forall y.y < x \Rightarrow P_a(y)$
3. $\exists X, Y. \forall z. X(z) \vee Y(z) \wedge \forall x, y. X(x) \wedge Y(y) \Rightarrow x < y \wedge P_a(x) \wedge P_b(y)$
4. $\forall x. (\exists z. x < z) \Rightarrow \exists y. x < y \wedge (P_a(x) \Leftrightarrow \neg P_a(y))$

Exercice 4

Donnez l'automate qui reconnaît $L(\prec, \varphi)$ où $X \prec Y \prec x$ et φ est la formule $X(x) \Rightarrow \exists y.y < x \wedge Y(y)$

Exercice 5

Démontrez le résultat suivant : toute formule close de wMSO sur les mots est équivalente à une formule close de la forme $\exists X_1, \dots, X_n. \varphi$ où φ est une formule du premier ordre.