

Exercices – automates d’arbre

E. Lozes
Université Nice Sophia Antipolis

M1 Master Info – 2019

Exercice 1

On considère le BUTA $\mathcal{A} = (Q, \Sigma, \delta, F)$ tel que

— chaque mot dans la liste suivante est un symbole d’arité 0 dans Σ : le, la, petit, chat, souris, mange, nargue.

— on a ensuite les symboles $+$ d’arité 2 et $++$ d’arité 3

—

— $Q = \{\text{NOM, DET, ADJ, VERB, GN, GV}\}$

— $\delta_{\text{chat}} = \{\text{NOM}\}$, $\delta_{\text{souris}} = \{\text{NOM}\}$, $\delta_{\text{le}} = \{\text{DET}\}$, etc

— $\delta_+(\text{DET, NOM}) = \{\text{GN}\}$, et sinon $\delta_+(q, q') = \emptyset$

— $\delta_{++}(\text{DET, ADJ, NOM}) = \{\text{GN}\}$, $\delta_{++}(\text{GN, VERB, GN}) = \{\text{GV}\}$,

— $F = \{\text{GV}\}$

1. Donnez un exemple d’arbre accepté par cet automate et son exécution acceptante.
2. Pourquoi certaines « phrases de feuilles » d’arbres de $L(\mathcal{A})$ ne sont pas des phrases correctes en français ? Donnez un BUTA \mathcal{A}' tel que $L(\mathcal{A}')$ contienne exactement les arbres de $L(\mathcal{A})$ dont les phrases de feuille sont des phrases correctes en français.
3. Le langage $L(\mathcal{A}')$ est-il reconnaissable par un automate descendant déterministe (DTDTA) ?

Exercice 2

On se fixe Σ avec les symboles 0, 1 d’arité 0 et les symboles $+$, \times d’arité 1. Les arbres ainsi formés sont des expressions arithmétiques basées sur les constantes 0 et 1. Parmi les langages suivants, quels sont ceux qui sont reconnaissables par un BUTA ? par un DTDTA ?

1. L’ensemble des termes sur l’alphabet $\{0, 1, +, \times\}$ qui s’évaluent à un entier pair
2. L’ensemble des termes qui correspondent à des expressions dans lesquelles les parenthèses sont superflues. Exemple : $(0 + 1) + 1$; contre-exemple : $(0 + 1) \times 1$.

3. L'ensemble des expressions parenthésées à gauche. Exemple : $((0 + 1) \times 0) \times 1$, contre-exemple : $(1 + 1) + (1 + 1)$.
4. L'ensemble des arbres binaires équilibrés.

Exercice 3

Montrer qu'on peut associer un jeu d'accessibilité à un TDTA, de sorte que le joueur \diamond a une stratégie gagnante ssi le langage de ce TDTDA n'est pas vide.

Exercice 4

Soit \mathcal{G} un jeu d'accessibilité fini. Montrer que les stratégies gagnantes, vues comme des arbres, forment un langage reconnaissable par un TDTA.