

Optimisation du schéma lifting basé Butterfly pour les maillages semi-réguliers

Aymen Kammoun

Frédéric Payan

Marc Antonini

Laboratoire I3S (UMR 6070 CNRS-Université de Nice - Sophia Antipolis)

2000, Route des Lucioles - 06903 Sophia Antipolis - France
{kammoun,fpayan,am}@i3s.unice.fr

Résumé

Dans cet article, nous proposons une optimisation du schéma lifting basé Butterfly pour les maillages semi-réguliers. Cette optimisation consiste à adapter le étapes de prédiction et de mise à jour à chaque niveau de résolution pour un maillage semi-régulier donné. Notre objectif est l'amélioration de l'analyse multirésolution en vue d'accroître les performances de compression des codeurs géométriques. Nous optimisons le schéma de prédiction P afin de minimiser la norme $L1$ des sous-bandes de coefficients d'ondelettes pour chaque résolution de façon indépendante. Nous modifions ensuite le schéma de mise à jour U afin de préserver la moyenne des sommets (moment d'ordre 0) d'une résolution à l'autre. Les résultats expérimentaux montrent que notre technique permet de réduire globalement l'entropie des sous-bandes de coefficients d'ondelettes, et par conséquent améliore les performances de compression du codeur progressif PGC.

Mots Clef

Ondelettes, Schéma de Butterfly, Optimisation, Compression, Maillage semi-régulier.

Abstract

In this paper, we propose an optimization of the lifted Butterfly scheme for semi-regular meshes. This optimization consists in adapting the predict and update steps at each level of resolution for a given semi-regular mesh. The motivation is the improvement of the multiresolution analysis in order to increase the compression performances of the subsequent geometry coder. We first compute an optimized prediction scheme that minimizes the $L1$ -norm of the wavelet coefficients for each level of resolution, independently. We then compute the update scheme in order to preserve the data average (0^{th} moment) at the lower resolution. Experimental results shows that our technique globally reduces the entropy of the wavelet coefficients of any semi-regular mesh. Consequently our contribution also improves the compression performances of the zerotree coder PGC.

Keywords

Wavelets, Butterfly scheme, Optimization, Compression, Semi-regular mesh.

1 Introduction

Actuellement, les maillages triangulaires peuvent être définis par plusieurs millions de sommets, voire plus. La compression est un outil pertinent pour permettre un stockage compact de ces données massives, mais aussi pour permettre leur transmission rapide dans les applications à bande passante limitée. De nombreuses techniques de compression ont déjà été proposées depuis une quinzaine d'années [9]. À notre connaissance, les codeurs basés ondelettes qui prennent des maillages semi-réguliers en entrée sont les plus efficaces [10, 11, 15].

De nombreux travaux ont été effectués sur la construction d'ondelettes pour maillages surfaciques. Dahlke *et al.* ont été les premiers à introduire la construction d'ondelettes sur une sphère, en utilisant une base de produit tensoriel où l'un des facteurs est une *spline* exponentielle [4]. Une transformée en ondelettes continue sur la sphère et sa semi-discrétisation ont été ensuite proposées dans [7]. En 1995, Schröder *et al.* ont introduit le *schéma lifting*, une technique simple pour construire des ondelettes biorthogonales sur la sphère avec des propriétés personnalisées [17]. En 1997, Lounsbery *et al.* ont proposé une nouvelle transformée pour les maillages surfaciques, basée sur les surfaces de subdivision [14]. En 2000, Kovacevic *et al.* ont proposé une transformée en ondelettes pour les maillages basée sur le schéma lifting et des fonctions d'échelle interpolantes [12]. En 2004, Bertram a proposé une construction en ondelettes biorthogonales basée sur le schéma approximant de Loop [2], tandis que Li *et al.* proposaient son propre schéma basé sur Loop mais en version non liftée [13]. En parallèle, Valette *et al.* ont développé des ondelettes spécifiques pour maillages irréguliers, contrairement à toutes les autres méthodes qui se focalisaient sur les maillages semi-réguliers [19].

De nombreux travaux précédemment cités sur le schéma lifting exploitent le schéma interpolant de *Butterfly* [20].

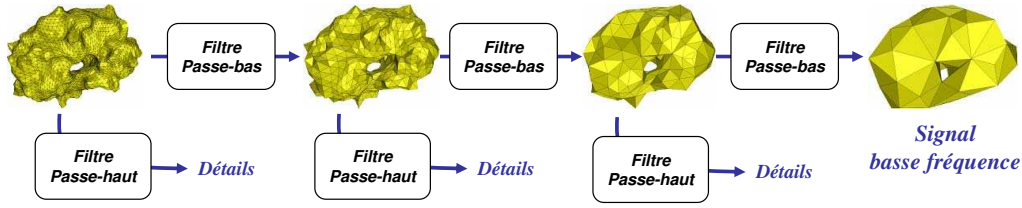


FIGURE 1 – Principe général de l'analyse multirésolution.

L'intérêt de ce schéma pour l'analyse multirésolution a été particulièrement mis en évidence par les travaux de compression [10, 15, 16]. Dans ce papier, nous proposons une construction optimisée du schéma lifting [17, 18] basé sur Butterfly. L'idée est d'adapter les deux étapes principales du schéma lifting (prédiction et mise à jour) pour les caractéristiques géométriques du maillage semi-régulier en entrée. Notre motivation est de maximiser la parcimonie des coefficients d'ondelettes, et par conséquent améliorer les performances des codeurs géométriques.

Cet article est organisé de la manière suivante. La section 2 introduit le schéma lifting pour maillages semi-réguliers. La section 3 présente notre technique d'optimisation du schéma lifting basé Butterfly. La section 4 présente nos résultats expérimentaux et finalement nous concluons dans la section 5.

2 Schéma lifting pour maillages semi-réguliers

La transformée en ondelettes consiste à décomposer un maillage donné en un maillage de base (signal "basse fréquence") et plusieurs sous-bandes de coefficients d'ondelettes (détails "haute fréquence") : voir figure 1.

Dans cet article, nous nous intéressons uniquement aux ondelettes pour maillages semi-réguliers. Un maillage semi-régulier est basé sur une hiérarchie de maillages qui représente une surface donnée à différents niveaux de résolution. Cette hiérarchie exploite la connectivité par subdivision quaternaire pour obtenir les différentes résolutions. La figure 2 montre un exemple. Notons M^N un maillage semi-régulier définie sur N niveaux de résolution. La géométrie de M^N est définie par un ensemble de V^N sommets $\{v_k^N, k = 1..V^N\}$, où v_k^N est défini par sa position dans l'espace Euclidien (trois coordonnées x, y et z). L'application d'une transformée en ondelettes sur M^N se traduit par un maillage M^{N-1} de plus faible résolution, et un ensemble de coefficients d'ondelettes $C^N = \{c_k^N\}$, avec c_k^N un coefficient à trois dimensions exprimé dans un repère local [6]. La figure 3 illustre cette décomposition en ondelettes. En répétant ce processus successivement sur le maillage basse fréquence obtenu à l'étape précédente, nous obtenons une décomposition sur N niveaux, comme le montrait précédemment la figure 1.

Les transformées en ondelettes sont souvent implémentées en schéma lifting [17, 18], qui est un schéma réversible et plus rapide qu'une implémentation basée sur des bancs de

filtres.

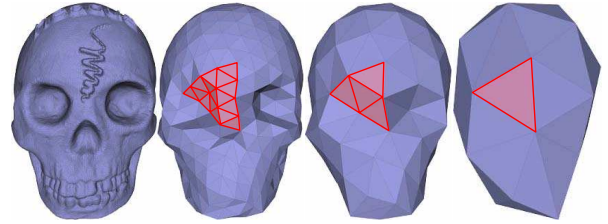


FIGURE 2 – Exemple de maillage semi-régulier, de sa version la plus résolue (à gauche) à la moins résolue (à droite).

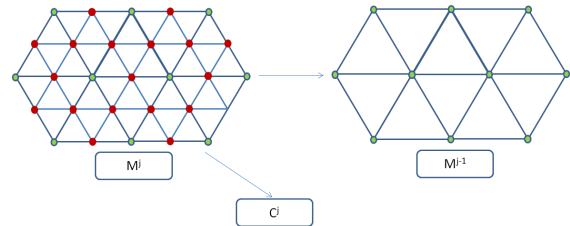


FIGURE 3 – Transformée en ondelettes d'un maillage semi-régulier. M^j est décomposé en un maillage "basse fréquence" M^{j-1} et un ensemble de coefficients C^j (associés aux sommets rouges supprimés durant la décomposition).

Dans notre contexte, ce schéma est caractérisé par (voir figure 4) :

- une **matrice polyphase** qui divise les sommets de M^j en deux parties M_0^j et M_1^j (les points verts et rouges dans la figure 3) ;
- un **opérateur de prédiction** P qui prend en entrée M_0^j (points verts) et prédit les positions des sommets de M_1^j (points rouges). Les erreurs de prédiction correspondent aux coefficients d'ondelettes $\{c_k^j\}$;
- un **opérateur de mise à jour** U qui prend en entrée C^j et modifie les positions des sommets de M_0^j . Un gain ($\times 2$) est finalement appliqué à M_0^j mis à jour, pour obtenir le maillage "basse fréquence" M^{j-1} .

3 Optimisation proposée

Notre objectif est d'optimiser les étapes de prédiction (P) et de mise à jour (U) de la transformée d'ondelettes basée Butterfly, afin d'améliorer l'efficacité de la quantification des coefficients d'ondelettes obtenus. Notre optimisation

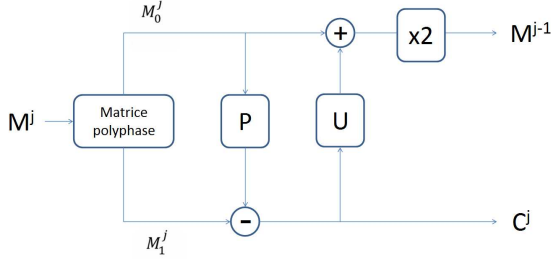


FIGURE 4 – Schéma lifting pour maillages semi-réguliers.

consiste à calculer des nouveaux poids pour les masques de P et de U . Cette optimisation se fait à chaque niveau de décomposition lors de l'analyse. Par conséquent, on obtient des masques P et U optimisés pour chaque niveau de résolution.

3.1 Optimisation du schéma de prédiction

Pour l'étape de prédiction, nous partons du masque de Butterfly "modifié" [20] illustrés par la figure 5. Nous appliquons ces masques sur les sommets de M_1^j afin de prédire leurs positions à partir des sommets voisins de M_0^j . Il existe deux versions du masque, l'un régulier et l'autre irrégulier. Le masque régulier (figure 5(a)) est utilisé pour les sommets ayant deux voisins (appartenant à la résolution inférieure) de valence égale à 6. Le masque irrégulier est utilisé pour les autres cas, *c.à.d.* pour les sommets dont au moins un deux voisins est de valence différente de 6 (Figure 5(b)). Notez que nous n'optimisons pas le masque irrégulier, parce qu'il y a beaucoup de configurations différentes en fonction de la valence des sommets voisins. Optimiser toutes les configurations du masque irrégulier impliquerait le calcul et donc la transmission d'une trop grande quantité d'informations additionnelles pour réaliser la synthèse lors de la décompression. Notons aussi que ce masque est utilisé pour les sommets irréguliers du maillage semi-régulier, ce qui correspond à très peu de points du maillage. Son optimisation n'est alors pas fondamentale pour améliorer les performances. C'est pourquoi nous préférons optimiser uniquement le masque régulier, et utiliser les poids usuels proposés dans [20] pour le masque irrégulier.

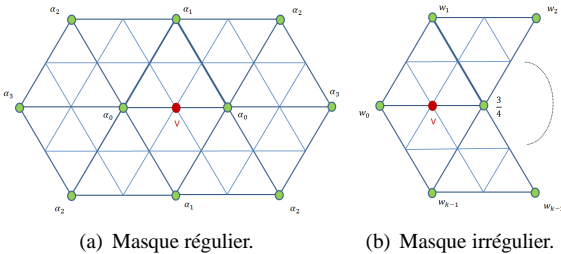


FIGURE 5 – Masques du prédicteur P basé Butterfly.

En considérant un niveau de résolution j , l'ensemble de coefficients d'ondelettes C^j est calculé en utilisant cette

équation :

$$C^j = M_1^j - P * M_0^j. \quad (1)$$

Comme la majorité des codeurs à base d'ondelettes pour les maillages semi-réguliers, nous considérons séparément les composantes tangentielles (correspondant aux coordonnées x et y des coefficients) et les composantes normales (correspondant aux coordonnées z). Nous proposons donc de calculer deux schémas de prédiction optimisés P_{xy}^j et P_z^j indépendamment, pour les composantes tangentielles et normales, respectivement. Le même algorithme est actuellement appliqué pour ces deux schémas de prédiction. Pour plus de clarté, nous utilisons ci-après P^j pour parler de P_{xy}^j et de P_z^j .

Afin d'améliorer les performances de codage, nous voulons que les sous-bandes de coefficients C^j soient les plus creuses possible. Nous proposons donc de minimiser la norme L1 des ensembles de coefficients C^j à chaque niveau de résolution [5]. Maximiser la parcimonie des coefficients revient finalement à résoudre le problème de minimisation suivant :

$$\min_{\{\alpha_i^j\}} \|M_1^j - P^j(\{\alpha_i^j\}) * M_0^j\|_1, \quad (2)$$

$$f(\{\alpha_i^j\}) = \|M_1^j - P^j(\{\alpha_i^j\}) * M_0^j\|_1, \quad (3)$$

$$f_k(\{\alpha_i^j\}) = \sum_{v_1^k \in M_1^j} |v_1^k - \sum_{v_0^i \in \mathcal{V}(v_1^k)} \alpha_i^j v_0^i|, \quad (4)$$

$$f_k(\{\alpha_i^j\}) = |v_1^k - \sum_{v_0^i \in \mathcal{V}(v_1^k)} \alpha_i^j v_0^i|, \quad (5)$$

$$\beta = \frac{1}{2 + 12\alpha_0 + 12\alpha_1 + 24\alpha_2 + 12\alpha_3}, \quad (6)$$

où $\{\alpha_i^j, j = 1, 2, 3, 4\}$ représente les poids relatifs au schéma de prédiction P^j (figure 5(a)).

Nous résolvons ce problème en utilisant une programmation quadratique séquentielle sous la contrainte $\sum \alpha_i^j = 1$, afin d'obtenir un prédicteur à gain unitaire.

3.2 Calcul du nouveau schéma de mise à jour

Si la prédiction P est basée sur un schéma de subdivision, la mise à jour U doit être choisie de manière à préserver certains moments [3]. Ayant modifié les poids du schéma de prédiction P avec la technique d'optimisation précédemment présentée, nous devons calculer un nouveau schéma de mise à jour. Pour cela, nous partons du masque U proposé dans [20], et donné par la figure 6. Le coefficient β de ce masque dépend de la valence K du sommet donné v :

$$\beta = \frac{\gamma}{K}, \quad (7)$$

où γ est usuellement égal à $-3/4$.

En considérant un niveau de résolution donné j , le signal basse fréquence M^{j-1} est calculé à partir de :

$$M^{j-1} = 2 \times (M_0^j + U^j * C^j). \quad (8)$$

Ainsi pour un sommet donné v_k^{j-1} de M^{j-1} , nous écrivons :

$$v_k^{j-1} = 2 \times \left(v_k^j + \sum_{i=1}^{K_k^j} \frac{\gamma^j}{|S_k^j(i)|} c_{S_k^j(i)}^j \right), \quad (9)$$

où $S_k^j(i)$ est l'ensemble de ses sommets voisins, et $|S_k^j(i)|$ est le nombre de voisins de v_k^j .

nous proposons de calculer γ afin de préserver la moyenne (moment d'ordre 0) entre M^j et M^{j-1} [3] :

$$\frac{1}{V^{j-1}} \sum_{k=1}^{V^{j-1}} v_k^{j-1} = \frac{1}{V^j} \sum_{l=1}^{V^j} v_l^j, \quad (10)$$

En combinant les équations (9) et (10), on obtient :

$$\frac{2}{V^{j-1}} \sum_{k=1}^{V^{j-1}} \left(v_k^j + \sum_{i=1}^{|S_k^j(i)|} \frac{\gamma^j}{K_k^j} c_{S_k^j(i)}^j \right) = \frac{1}{V^j} \sum_{l=1}^{V^j} v_l^j, \quad (11)$$

on peut donc écrire :

$$\sum_{k=1}^{V^{j-1}} v_k^j + \gamma^j \sum_{k=1}^{V^{j-1}} \frac{1}{|S_k^j(i)|} \sum_{i=1}^{|S_k^j(i)|} c_{S_k^j(i)}^j \cong \frac{1}{4} \sum_{l=1}^{V^j} v_l^j, \quad (12)$$

Finalement on obtient γ_j optimisé pour chaque niveau de résolution j :

$$\gamma \cong \frac{\frac{1}{4} \sum_{l=1}^{V^j} v_l^j - \sum_{k=1}^{V^{j-1}} v_k^j}{\sum_{k=1}^{V^{j-1}} \frac{1}{|S_k^j(i)|} \sum_{i=1}^{|S_k^j(i)|} c_{S_k^j(i)}^j}, \quad (13)$$

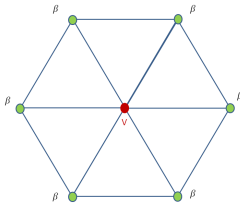


FIGURE 6 – Masque de mise à jour U basé Butterfly.

4 Résultats expérimentaux

Pour prouver l'intérêt de notre technique d'optimisation en termes de compression, nous nous sommes comparés au schéma lifting basé Butterfly classique. Nous avons testé les deux schémas sur trois modèles : VASE LION, BIMBA et JOAN OF ARC. Nous avons utilisé le codeur géométrique pour maillages semi-réguliers PGC , développé par Khodakovsky *et al.* dans [11]. Les figures 7, 8 et 9 comparent les courbes de PSNR (basé sur la distance de Hausdorff [1]

calculée entre le maillage irrégulier original et sa version semi-régulière codée) obtenues quand on utilise le schéma classique ou le schéma optimisé proposé dans cet article. Nous observons que notre optimisation apporte des gains significatifs, allant jusqu'à $+0.8dB$ à certains débits.

Par ailleurs, les tableaux 1, 2 et 3 comparent l'entropie des différentes sous-bandes de coefficients d'ondelettes obtenus avec notre schéma lifting optimisé et avec le schéma lifting classique basé sur Butterfly. Nous observons que notre optimisation permet globalement une réduction de l'entropie des sous-bandes de coefficients, ce qui explique l'amélioration des performances de compression présentées précédemment.

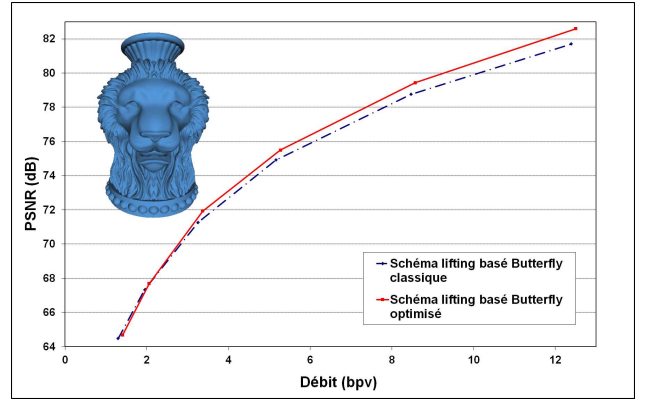


FIGURE 7 – courbes PSNR pour VASE LION.

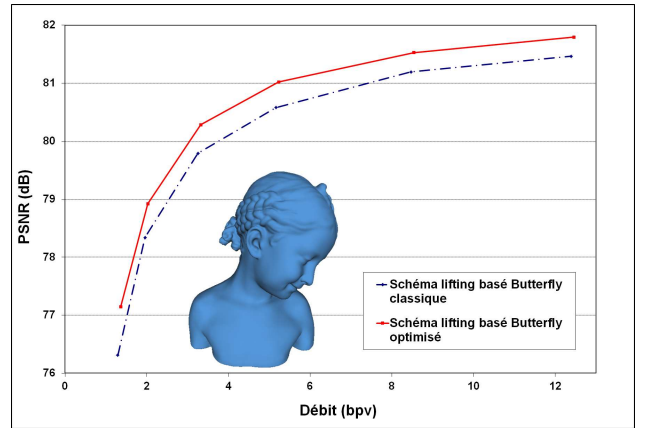


FIGURE 8 – courbes PSNR pour BIMBA.

5 Conclusion et perspectives

Nous avons proposé dans ce papier une méthode pour optimiser le schéma lifting basé Butterfly développé pour les maillages semi-réguliers. Notre optimisation consiste à calculer des nouveaux poids pour les masques de prédiction P et de mise à jour U . Cette optimisation se fait lors de l'analyse à chaque niveau de décomposition, et séparément pour les composantes tangentielles et normales des sous-bandes de coefficients, produisant ainsi des schémas P et U

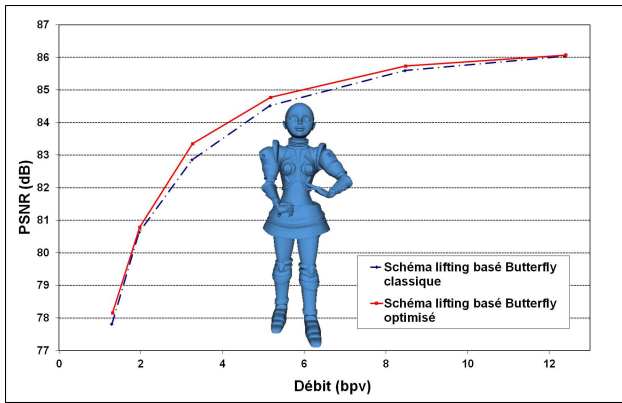


FIGURE 9 – courbes PSNR pour JOAN OF ARC.

| res | Schéma classique | | | Schéma optimisé | | |
|-----|------------------|---------------|---------------|-----------------|---------------|---------------|
| | x | y | z | x | y | z |
| 1 | 3.9882 | 4.1804 | 4.3975 | 3.9050 | 3.9372 | 4.4277 |
| 2 | 2.8992 | 2.8880 | 3.5541 | 2.8034 | 2.9219 | 3.4010 |
| 3 | 1.6817 | 1.6671 | 2.6004 | 1.6364 | 1.6211 | 2.5024 |
| 4 | 0.5673 | 0.5344 | 1.1387 | 0.5240 | 0.4893 | 1.1324 |
| 5 | 0.0784 | 0.0726 | 0.2216 | 0.0664 | 0.0640 | 0.2231 |
| 6 | 0.0016 | 0.0010 | 0.0132 | 0.0012 | 0.0008 | 0.0138 |

TABLE 1 – Entropie des sous-bandes de coefficients obtenus avec le schéma lifting basé Butterfly classique et ceux obtenus avec notre schéma optimisé pour l’objet VASE LION. La valeur *res* représente le niveau de résolution.

| res | Schéma classique | | | Schéma optimisé | | |
|-----|------------------|---------------|--------|-----------------|---------------|---------------|
| | x | y | z | x | y | z |
| 1 | 4.0197 | 4.2339 | 4.1841 | 3.7708 | 4.0243 | 4.0230 |
| 2 | 3.2305 | 3.2851 | 4.0592 | 3.0672 | 3.3452 | 3.7501 |
| 3 | 1.9456 | 1.9339 | 3.1158 | 1.8110 | 1.9287 | 2.9047 |
| 4 | 0.7015 | 0.6197 | 1.4781 | 0.6829 | 0.5922 | 1.3781 |
| 5 | 0.1270 | 0.0938 | 0.3712 | 0.1178 | 0.0812 | 0.3320 |
| 6 | 0.0047 | 0.0033 | 0.0385 | 0.0029 | 0.0025 | 0.0330 |
| 7 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0008 | 0.0000 | 0.0000 | 0.0007 |

TABLE 2 – Entropie des sous-bandes de coefficients obtenus avec le schéma lifting basé Butterfly classique et ceux obtenus avec notre schéma optimisé pour l’objet BIMBA. La valeur *res* représente le niveau de résolution.

| res | Schéma classique | | | Schéma optimisé | | |
|-----|------------------|---------------|--------|-----------------|---------------|---------------|
| | x | y | z | x | y | z |
| 1 | 2.2310 | 2.6347 | 2.3789 | 2.3276 | 2.7351 | 2.3788 |
| 2 | 4.3037 | 4.6194 | 4.7379 | 3.9109 | 4.3034 | 4.2994 |
| 3 | 3.4381 | 3.6332 | 4.0224 | 3.3984 | 3.6322 | 3.4908 |
| 4 | 2.1756 | 2.1331 | 2.3627 | 2.1461 | 2.1493 | 2.2297 |
| 5 | 0.8379 | 0.8122 | 0.9690 | 0.8358 | 0.8145 | 0.9546 |

TABLE 3 – Entropie des sous-bandes de coefficients obtenus avec le schéma lifting basé Butterfly classique et ceux obtenus avec notre schéma optimisé pour l’objet JOAN OF ARC. La valeur *res* représente le niveau de résolution.

adaptés à chaque niveau de résolution. Les résultats expérimentaux montrent que la technique proposée améliore les performances de compression du codeur *PGC*, par rap-

port au schéma classique (jusqu’à +0.8dB de gain).

Les travaux futurs porteront sur :

- le développement de nouveaux critères de minimisation pour optimiser la prédiction, toujours dans un souci d’améliorer la compression des maillages semi-réguliers ;
- le calcul d’un nouvel opérateur de mise à jour afin de préserver si possible les moments d’ordre supérieur ;

Ces travaux devraient améliorer encore plus significativement les performances de notre optimisation.

6 Remerciements

Le maillage original (irrégulier) VASE LION est la propriété de *SenSable Technologies*. Le maillage original JOAN OF ARC est la propriété du Laboratoire I3S (UMR 6070 CNRS-Université de Nice - Sophia Antipolis). Le maillage original BIMBA est la propriété de IMATI et INRIA. Tout ces objets ont été remaillés avec le remaillleur de Guskov [8].

Références

- [1] N. Aspert, D. Santa-Cruz, and T. Ebrahimi. Mesh : Measuring errors between surfaces using the hausdorff distance. In *IEEE International Conference in Multimedia and Expo (ICME)*, 2002.
- [2] M. Bertram. Biorthogonal loop-subdivision wavelets. *Computing*, 72(1-2) :29 – 39, 2004.
- [3] S. Bischoff and L. Kobbelt. Teaching meshes, subdivision and multiresolution techniques. *Computer-Aided Design*, 36(14) :1483–1500, 2004.
- [4] S. Dahlke, W. Dahmen, I. Weinreich, and E. Schmitt. Multiresolution analysis and wavelets on s_2 and s_3 . *Numerical functional analysis and optimization*, 16(1,2) :19–41, 1995.
- [5] D. Donoho and Y. Tsaig. Fast solution of l_1 -norm minimization problems when the solution may be sparse. *IEEE Transactions on Information Theory*, 54(11) :4789–4812, 2008.
- [6] M. Eck, T. DeRose, T. Duchamp, H. Hoppe, M. Lounsbery, and W. Stuetzle. Multiresolution analysis of arbitrary meshes. *Computer Graphics, SIG-GRAPH95 Proceedings*, pages 173–182, 1995.
- [7] W. Freeden and U. Windheuser. Spherical wavelet transform and its discretization. *Advances in Computational Mathematics*, 5(1) :51–94, 1996.
- [8] Igor Guskov. Manifold-based approach to semi-regular remeshing. *Graph. Models*, 69(1) :1–18, 2007.
- [9] P. Jingliang, K. Chang-Su, and C.-C. Jay Kuo. Technologies for 3d mesh compression : A survey. *Journal of Visual Communication and Image Representation*, 16 :688–733, December 2005.

- [10] A. Khodakovsky and I. Guskov. Compression of normal meshes. In *Geometric Modeling for Scientific Visualization*, pages 189–206. Springer-Verlag, 2003.
- [11] A. Khodakovsky, P. Schröder, and W. Sweldens. Progressive geometry compression. In *SIGGRAPH'00 Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*, pages 271–278. ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 2000.
- [12] J. Kovacevic and W. Sweldens. Wavelet families of increasing order in arbitrary dimensions. *IEEE Transactions on Image Processing*, 9(3) :480–496, march 2000.
- [13] D. Li, K. Qin, and H. Sun. Unlifted loop subdivision wavelets. *Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*, 0 :25–33, 2004.
- [14] M. Lounsbery, T. DeRose, and J. Warren. Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type. *ACM Transactions on Graphics*, 16(1) :34–73, 1997.
- [15] F. Payan and M. Antonini. An efficient bit allocation for compressing normal meshes with an error-driven quantization. *Computer Aided Geometry Design*, 22(5) :466–486, 2005.
- [16] F. Payan and M. Antonini. Mean square error approximation for wavelet-based semiregular mesh compression. *Transactions on Visualization and Computer Graphics (TVCG)*, 12, July/August 2006.
- [17] W. Sweldens. The lifting scheme : A custom-design construction of biorthogonal wavelets. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 3(2) :186–200, 1996.
- [18] W. Sweldens. The lifting scheme : A construction of second generation wavelets. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 29(2) :511–546, 1998.
- [19] S. Valette and R. Prost. Wavelet based multiresolution analysis of irregular surface meshes. *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, 10(2), march/april 2004.
- [20] D. Zorin, P. Schröder, and W. Sweldens. Interpolating subdivision for meshes with arbitrary topology. In *Proceedings of SIGGRAPH 96*, pages 189–192, September 1996.