

Échantillonnage de maillages surfaciques basé sur la distribution en disques de Poisson et préservant les caractéristiques géométriques

Jean-Luc Peyrot

Frédéric Payan

Marc Antonini

Laboratoire I3S - UMR 7271 CNRS - Université de Nice - Sophia Antipolis

2000 route des Lucioles - 06903 Sophia Antipolis - France
peyrot@i3s.unice.fr, fpayan@i3s.unice.fr, am@i3s.unice.fr

Résumé

Nous proposons une méthode originale d'échantillonnage pour maillages surfaciques triangulaires, basée sur la distribution en disques de Poisson. Notre méthode s'appuie sur la technique de lancer de fléchettes (ou dart throwing en anglais). Contrairement à d'autres méthodes, notre algorithme exploite les distances géodésiques et réalise l'échantillonnage directement sur la surface des maillages. Afin de réduire la complexité naturelle de ce type d'approches, nous avons implémenté un calcul des géodésiques basé sur l'algorithme de Dijkstra. De plus, visant principalement le traitement de maillages issus de la CAO, notre méthode intègre une étape de segmentation qui permet de détecter les arêtes saillantes, afin de les préserver durant l'échantillonnage. Notre algorithme est simple à implémenter, et les résultats expérimentaux montrent que notre méthode produit des nuages de points qui satisfont les caractéristiques de bruit bleu, permettant d'éviter le repliement spectral, tout en préservant efficacement les caractéristiques géométriques des maillages d'entrée.

Mots Clef

Échantillonnage, disques de Poisson, bruit bleu, lancer de fléchettes, arêtes saillantes, distance géodésique.

Abstract

We propose in this paper an original direct Poisson disk sampling technique for triangular surface meshes. Our technique is dedicated to CAD models and aims at satisfying the blue noise properties while preserving the geometrical features of this kind of models (corners and sharp features). Our algorithm includes a feature detection step and a geodesic-based dart throwing technique. In order to reduce the computation time, the calculation of the geodesic distances is based on the well-known approximating Dijkstra's algorithm. The proposed algorithm is easy to implement and experimental results show that our method preserves efficiently the sharp features and generates meshes with satisfactory blue noise properties.

Keywords

Sampling, Poisson disk, blue noise, dart throwing, sharp features, geodesic distance.

1 Introduction

L'échantillonnage est une étape critique pour tout processus de numérisation de données. Celui-ci doit être fait de manière pertinente afin d'éviter l'apparition d'artefacts visuels liés à un éventuel recouvrement spectral, souvent appelé *aliasing* [8].

Un échantillonnage basé sur les disques de Poisson produit une distribution uniforme des échantillons sur une surface donnée, tout en assurant une certaine irrégularité spatiale. Cette répartition uniforme et irrégulière des échantillons, la plupart du temps générée de manière aléatoire, satisfait les caractéristiques de bruit bleu et permet ainsi d'éviter l'apparition d'artefacts liés au problème du repliement spectral. Dans le domaine 2D, les caractéristiques de bruit bleu d'un échantillonnage donné sont vérifiées lorsque le périodogramme (voir [14] pour plus de détails), de formule :

$$P(f) = |F(\frac{1}{N} \sum_{s=0}^{N-1} \delta(x - x_s))|^2$$

présente une puissance moyenne spectrale radiale similaire à la courbe présentée à la figure 1. Considéré comme l'un des motifs d'échantillonnage les plus performants pour de nombreuses applications, la distribution en disques de Poisson est de nos jours largement répandue en informatique graphique.

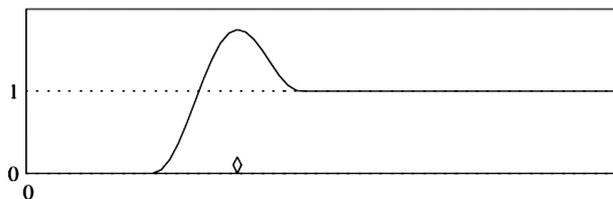


FIGURE 1 – Puissance moyenne spectrale radiale d'un bruit bleu idéal.

Depuis le développement de la fameuse technique de *dart throwing* [7], de nombreuses méthodes d'échantillonnage basées sur la distribution en disques de Poisson ont été développées dans le domaine planaire. Par contre, cela fait seulement quelques années que des travaux sur ce type d'échantillonnage sont dédiés spécifiquement aux surfaces.

1.1 État de l'art

Les techniques d'échantillonnage en disques de Poisson d'une surface définie par un maillage triangulaire peuvent être classées en trois catégories :

- les techniques basées paramétrisation, qui préfèrent travailler dans le domaine 2D ;
- les techniques dites "directes", qui travaillent directement sur la surface des maillages ;
- les techniques basées sur une relaxation, qui déplacent sur la surface les échantillons générés afin d'améliorer un critère de qualité.

Les techniques basées paramétrisation ont été les premières développées pour les surfaces [1, 15, 17]. L'idée est de créer une paramétrisation de la surface dans un espace planaire 2D. Une fois les caractéristiques géométriques et topologiques de la surface initiale exprimées dans l'espace 2D paramétrique, il est possible d'appliquer sur ce dernier n'importe quelle technique d'échantillonnage développée initialement pour des données géométriques 2D. Il suffit ensuite de positionner sur la surface initiale les échantillons obtenus dans le domaine paramétrique pour obtenir l'échantillonnage final. Ces techniques ont l'avantage d'être peu complexes (autant que les méthodes 2D), mais leur efficacité dépend fortement de la paramétrisation utilisée, qui peut générer de fortes distorsions lorsque l'on plonge les échantillons sur la surface dans l'espace 3D.

La deuxième catégorie de méthodes pour les surfaces regroupe les techniques d'échantillonnage dites "directes" [4, 5, 6, 12, 24]. Ces techniques proposent d'effectuer l'échantillonnage en disques de Poisson directement sur la surface des maillages. En n'utilisant plus de paramétrisation, on s'affranchit du problème de distorsion lié à celle-ci, mais la complexité de l'algorithme est inévitablement plus importante. Cette complexité est notamment liée aux calculs de distances géodésiques effectués sur la surface du maillage initial. La plupart de ces méthodes s'appuient sur des techniques directes 2D [10, 11, 14, 19, 20].

La troisième catégorie de méthodes regroupe les algorithmes basés sur un algorithme de relaxation [18]. Inspirées de l'algorithme de Lloyd [16], et de techniques d'échantillonnage développées initialement pour le domaine 2D [3, 22], ces méthodes ont l'avantage de faciliter le contrôle du nombre final d'échantillons sur la surface. Cependant les maillages résultats produits n'ont pas obligatoirement la même qualité en terme de bruit bleu comparés à ceux générés par les méthodes dites "directes".

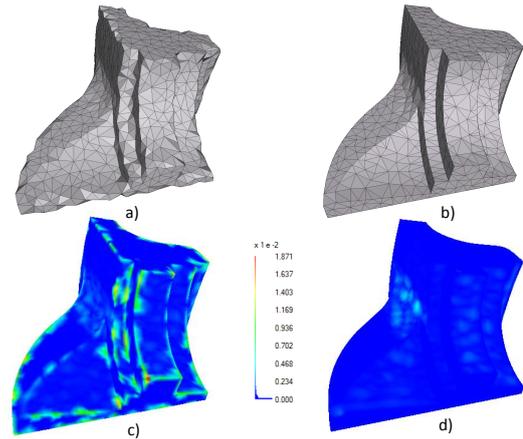


FIGURE 2 – Mise en évidence de l'intérêt de prendre en compte les arêtes saillantes lors d'un échantillonnage. a) et b) désignent les résultats obtenus sur FANDISK avec notre méthode, respectivement sans et avec la contrainte de conservation des saillances. c) et d) représentent les erreurs géométriques introduites par rapport au maillage d'entrée, pour les maillages a) et b) respectivement.

1.2 Motivations et contributions

L'algorithme que nous proposons a pour objectif de produire pour une surface donnée, représentée par un maillage triangulaire, un échantillonnage présentant de bonnes propriétés de bruit bleu, mais aussi préservant les caractéristiques géométriques de la surface originale. Cette technique est particulièrement bien adaptée aux objets de type CAO qui contiennent généralement des arêtes saillantes et des coins qui peuvent être altérés ou supprimés par certaines méthodes de l'état de l'art.

La figure 2 illustre notre problématique : la figure 2.a) présente un maillage reconstruit après échantillonnage par notre méthode sans aucune contrainte géométrique, tandis que la figure 2.b) présente le résultat obtenu par notre méthode en imposant la contrainte de conservation des arêtes saillantes. En parallèle, les figures 2.c) et 2.d) montrent les erreurs géométriques (calculées avec l'application MESH [2]) entre le maillage original et le maillage généré selon les deux approches. On observe d'importants artefacts au niveau des arêtes saillantes lorsqu'elles ne sont pas conservées, rendant difficile l'utilisation de tels maillages.

Pour pallier aux problèmes liés aux méthodes basées paramétrisation ou relaxation, notre algorithme se base sur un échantillonnage direct de la surface. Afin d'obtenir de bonnes caractéristiques en terme de bruit bleu tout en préservant les caractéristiques géométriques de la surface originale, notre méthode d'échantillonnage est basée sur la technique de *dart throwing*. L'échantillonnage se fera en priorité sur les arêtes saillantes et les zones les plus courbées de la surface traitée. Pour cela, notre algorithme inclut une étape de classification pour trier les sommets

de la surface originale selon trois classes : *coins*, *arêtes saillantes* et *lisses*. Le *dart throwing* se fera ensuite itérativement et de façon ordonnée sur ces différentes catégories.

Les contributions de l’algorithme d’échantillonnage pour maillages surfaciques présenté dans cet article sont les suivantes :

- un calcul original des rayons des sphères associées aux échantillons, basé uniquement sur les valeurs de courbures principales ;
- une discrétisation de la surface d’échantillonnage pour améliorer et accélérer le calcul des distances géodésiques ainsi que l’étape de détection de collisions entre sphères.

2 Présentation de l’algorithme

Cette section détaille les différentes étapes de notre méthode d’échantillonnage de maillages surfaciques. Par la suite, nous ne détaillerons que les étapes les moins triviales. Les notations utilisées dans toute la suite de cette partie sont désignées ci-dessous :

- M désigne le maillage triangulaire 2-variété, pouvant être ouvert ou fermé, et de genre quelconque, que l’on souhaite échantillonner ;
- M_{sub} désigne le maillage M après subdivision, rendant M plus dense et améliorant les résultats finaux ;
- M_{final} désigne le maillage final obtenu après échantillonnage, puis triangulation.

Les principales étapes de notre méthode sont les suivantes :

1. Subdivision du maillage initial M générant le maillage subdivisé M_{sub} (section 2.1) ;
2. Classification des sommets de M_{sub} en trois classes : *coins*, *arêtes saillantes* et *lisses* (section 2.2) ;
3. Échantillonnage par *dart throwing* amélioré sur M_{sub} (section 2.3) ;
4. (Optionnel) Triangulation des échantillons pour produire le maillage final M_{final} .

2.1 Subdivision du maillage initial

La première étape de notre algorithme consiste à appliquer plusieurs itérations de la subdivision *midpoint* sur M , produisant le maillage M_{sub} . Une subdivision de type *midpoint* consiste à subdiviser chaque triangle du maillage initial indépendamment et récursivement, comme illustré à la figure 3, jusqu’à obtenir un maillage suffisamment dense. Ainsi pour une itération quelconque, chaque triangle est subdivisé en ajoutant un nouveau sommet au milieu de chacune de ses trois arêtes. Ces trois nouveaux sommets sont reliés entre eux par trois arêtes, ce qui génère ainsi quatre nouveaux triangles (voir figure 3). L’intérêt de cette étape est d’améliorer la justesse de l’algorithme de Dijkstra [9] qui est utilisé pour calculer les distances géodésiques entre

deux points de la surface. En effet, l’algorithme de Dijkstra mesure la distance géodésique entre deux sommets d’un maillage en suivant les arêtes de ce dernier depuis le sommet source jusqu’au sommet destination. Donc plus M est dense, et plus la mesure de la distance géodésique est précise, tendant ainsi vers la véritable distance géodésique.

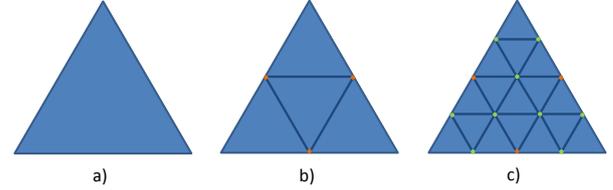


FIGURE 3 – Plusieurs itérations de la subdivision de type *Midpoint*. a) Un triangle quelconque du maillage. b) Le même triangle subdivisé une première fois, les points oranges sont les nouveaux sommets rajoutés sur chaque arête du triangle, on obtient ainsi 4 triangles. c) Deuxième itération récursive de la subdivision *midpoint* sur les 4 triangles générés précédemment : les sommets verts sont rajoutés sur chacune des 9 arêtes produisant au final 4 x 4 triangles.

2.2 Classification des sommets

La deuxième étape de notre algorithme segmente les sommets de M_{sub} suivant trois classes. Cette classification guidera par la suite l’échantillonnage afin de préserver les caractéristiques géométriques de M . Elle est basée sur le vote de tenseurs normaux [13]. Plus précisément, une matrice de covariance est calculée pour chaque sommet v de M_{sub} . Ses valeurs propres, triées au préalable $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq 0$, sont utilisées pour classifier le sommet v suivant trois classes : la classe *coins*, la classe *arêtes saillantes* et la classe *lisses*, selon l’algorithme 1 suivant :

Algorithm 1 Classification d’un sommet v de M_{sub}

- 1: Soient α et β des valeurs prédéfinies ;
 - 2: **if** $\lambda_3 \leq \alpha$ **then**
 - 3: **if** $\lambda_2 \leq \beta$ **then**
 - 4: v se trouve sur une partie lisse ;
 - 5: **else**
 - 6: v décrit une arête saillante ;
 - 7: **end if**
 - 8: **else**
 - 9: v est un coin.
 - 10: **end if**
-

Cette méthode a l’avantage de détecter efficacement et rapidement les sommets placés sur les arêtes saillantes. Il n’est d’ailleurs pas nécessaire de relier ces sommets, contrairement aux méthodes présentées dans [12, 23, 24] qui ont besoin par la suite de ces lignes caractéristiques. Ceci a pour effet de diminuer la complexité de notre algorithme. La figure 4 montre un résultat de cette étape sur le

maillage SOCKET : les points verts représentent les sommets qui ont été détectés comme se trouvant sur une arête saillante et les points rouges sont ceux détectés comme appartenant à un coin.

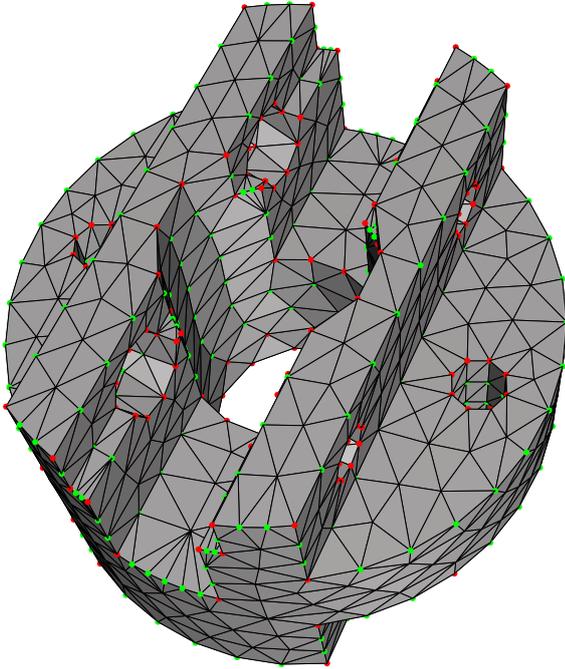


FIGURE 4 – Les points verts et rouges correspondent aux sommets du maillage SOCKET détectés comme appartenant respectivement à une arête saillante et à un coin.

2.3 Dart throwing amélioré

Principe général de la technique de *dart throwing*.

Cette section présente le principe général de la technique de *dart throwing*. Comme précisé précédemment, l'échantillonnage régulier d'un signal peut générer de l'*aliasing*, et Cook [7] a montré que l'*aliasing* pouvait être remplacé par un bruit de faible amplitude, donc peu gênant spectralement, si l'échantillonnage est réalisé de manière uniforme mais irrégulière. La faible amplitude du bruit observé est due à la contrainte de distance minimale que les échantillons doivent respecter entre eux. L'irrégularité peut être obtenue en décalant faiblement les échantillons de leur position initiale dans une direction quelconque.

Le *dart throwing* est une des techniques les plus répandues pour obtenir cette grille d'échantillonnage uniforme mais irrégulière. Dans le cas 2D, le principe est de "lancer" un échantillon sur la surface de manière aléatoire (afin de garantir une irrégularité) et de vérifier que cet échantillon respecte bien une distance minimale avec tous les autres échantillons déjà positionnés sur la surface. Cette distance minimale est généralement évaluée à l'aide d'un disque de rayon égal à la distance minimale divisée par deux, et placé autour de l'échantillon lancé. Si ce disque n'intersecte au-

cun autre disque associé à un autre échantillon déjà positionné, alors l'échantillon est conservé, sinon il est rejeté, comme l'illustre la figure 5 dans le cas 2D.

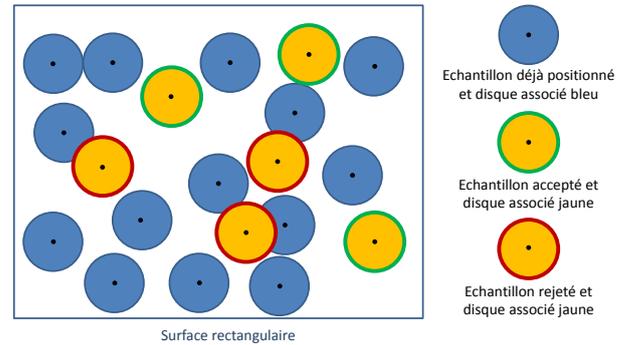


FIGURE 5 – Principe du *dart throwing* sur un plan 2D.

Pour faire un *dart throwing* efficace, il est nécessaire de réaliser des intersections les plus exactes possibles afin de ne pas rejeter un échantillon valide à cause d'une erreur de mesure de distance entre les échantillons. Le cas 2D impose l'utilisation d'une distance euclidienne pour calculer ces intersections. Par contre, on peut distinguer deux cas dans le domaine 3D :

- les maillages sont volumiques. Les distances sont calculées selon la norme euclidienne, ce qui revient à tester des intersections entre sphères (la sphère étant l'extension 3D naturelle du disque) ;
- les maillages sont surfaciques. Dans ce cas, utiliser la distance euclidienne comme base de calculs des intersections est approximatif : voir figure 6. Il est en effet préférable d'utiliser la distance géodésique : on testera ainsi des intersections entre plusieurs "portions" de la surface dans lesquelles chaque point se trouve à une distance géodésique inférieure au rayon associé à l'échantillon. Par la suite, ces portions seront dénommées "disques géodésiques".

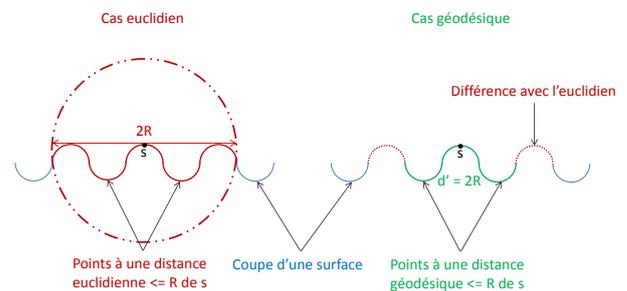


FIGURE 6 – Mise en évidence de l'erreur générée par l'utilisation de la distance euclidienne (gauche) au lieu de la distance géodésique (droite). La zone couverte par la distance géodésique (en vert) comporte beaucoup moins de points que celle couverte par la distance euclidienne.

Par ailleurs, lorsque l'on traite les surfaces, il est aussi possible d'effectuer un échantillonnage "adaptatif", c'est à dire prenant en compte la courbure de celle-ci comme illustré sur la figure 7. Il est en effet inutile d'avoir autant d'échantillons sur une zone plane que sur une zone courbée. Il est plus pertinent de mettre plus d'échantillons dans les zones courbées afin de rester plus fidèle géométriquement à la surface initiale. Dans ce cas, il faut que le rayon des disques géodésiques dépende de la courbure en chaque point.

Pour notre algorithme, nous avons choisi d'utiliser les distances géodésiques, pour être le plus précis possible, et aussi de faire un échantillonnage adaptatif, pour être géométriquement le plus fidèle possible à la surface originale.

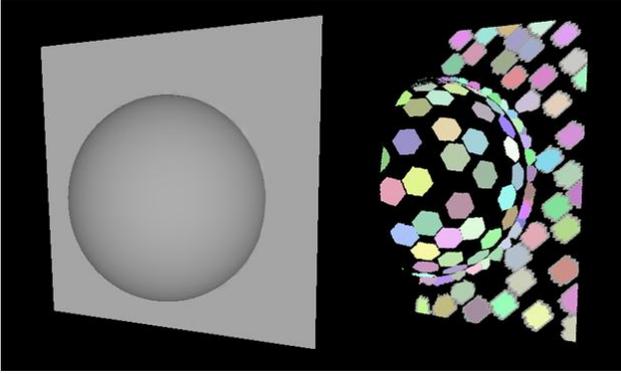


FIGURE 7 – A gauche est présenté un maillage synthétique composé d'une partie plane et d'une autre sphérique ; à droite les disques géodésiques sur la surface sont présentés. Les disques géodésiques ont une aire plus importante sur la partie plane (courbure nulle).

Calcul des rayons. Dans notre algorithme de *dart throwing* amélioré, les candidats potentiels comme futurs échantillons de la surface initiale sont les sommets du maillage M_{sub} . Cela réduit la complexité, mais n'altère pas les propriétés de bruit bleu comme nous le montrerons à la section 3. Inspiré de [24], et afin de préserver les caractéristiques géométriques de M , notre algorithme distribue d'abord les échantillons parmi la classe *coins*, puis dès que celle-ci est vide parmi la classe *arêtes saillantes*, et enfin parmi la classe *lisses*. Contrairement à certaines méthodes de l'état de l'art, notre calcul des rayons des disques géodésiques associés aux échantillons n'est basé que sur les valeurs de courbures principales calculées sur M_{sub} . Ceci permet d'automatiser notre algorithme et d'éviter ainsi à l'utilisateur de devoir paramétrer un grand nombre de variables. Le calcul du rayon du disque géodésique associé à un échantillon est donné ci-dessous :

$$R = R_{min} \times (e^{C_{max} \times \lambda_2} + e^{C_{min} \times \lambda_3}),$$

avec

$$R_{min} = \alpha \times \sqrt{\frac{|M|}{\Pi \times N_{cible}}}.$$

N_{cible} est le nombre d'échantillons donné par l'utilisateur, $|M|$ correspond à l'aire totale de M , C_{min} et C_{max} sont des paramètres (négatifs) permettant de pondérer les valeurs de courbures et enfin α permet de faire varier le domaine de valeurs possibles pour les rayons.

Détermination des zones disponibles. La détection des sommets disponibles pour accueillir un nouvel échantillon fait aussi partie des améliorations proposées. En effet, [6] propose un compromis entre temps d'exécution et précision grâce à une approximation de la distance géodésique. Il propose une mise à jour des zones disponibles pour le *dart throwing* par subdivisions successives des triangles partiellement contenus dans les disques géodésiques associés aux échantillons. Cette méthode demande beaucoup de calculs et une constante modification de la connectivité à chaque lancer. On peut aussi citer l'utilisation des isolignes proposées par [12], qui sont calculées par un algorithme exact de distances géodésiques. Nous proposons ici une approche alternative, facile à implémenter, et peu gourmande en temps de calcul. Notre algorithme stocke tout d'abord tous les sommets de M_{sub} dans une liste, ces derniers étant tous disponibles pour devenir un nouvel échantillon. A chaque lancer, on utilise l'algorithme de Dijkstra pour vérifier s'il y a une collision entre disques géodésiques. Si, au cours de la croissance de région partant de l'échantillon sur M_{sub} , tous les sommets rencontrés se trouvent dans la liste, alors l'échantillon est valide et fera partie du maillage final M_{final} . Dans le cas contraire, il est rejeté car les disques géodésiques s'intersectent, signifiant que l'échantillon proposé ne respecte pas la distance minimale imposée.

3 Résultats et discussions

Afin de valider l'efficacité de notre méthode, la figure 8 présente trois maillages reconstruits à partir de nuages de points générés par notre méthode d'échantillonnage : FAN-DISK, ROCKER ARM, et SOCKET. Les trois maillages testés présentent de nombreuses arêtes saillantes, et ont chacun un genre différent (respectivement 0, 1, et 7). Nous pouvons observer que ces objets sont géométriquement fidèles à l'original : le genre est préservé, et les arêtes saillantes et les coins sont parfaitement conservés.

Pour valider la qualité de l'échantillonnage obtenu, nous analysons maintenant les propriétés en bruit bleu de ces trois maillages. Pour cela, nous utilisons l'outil d'analyse proposé dans [21]. Les résultats obtenus avec cet outil sont présentés à la figure 9. De gauche à droite sont présen-

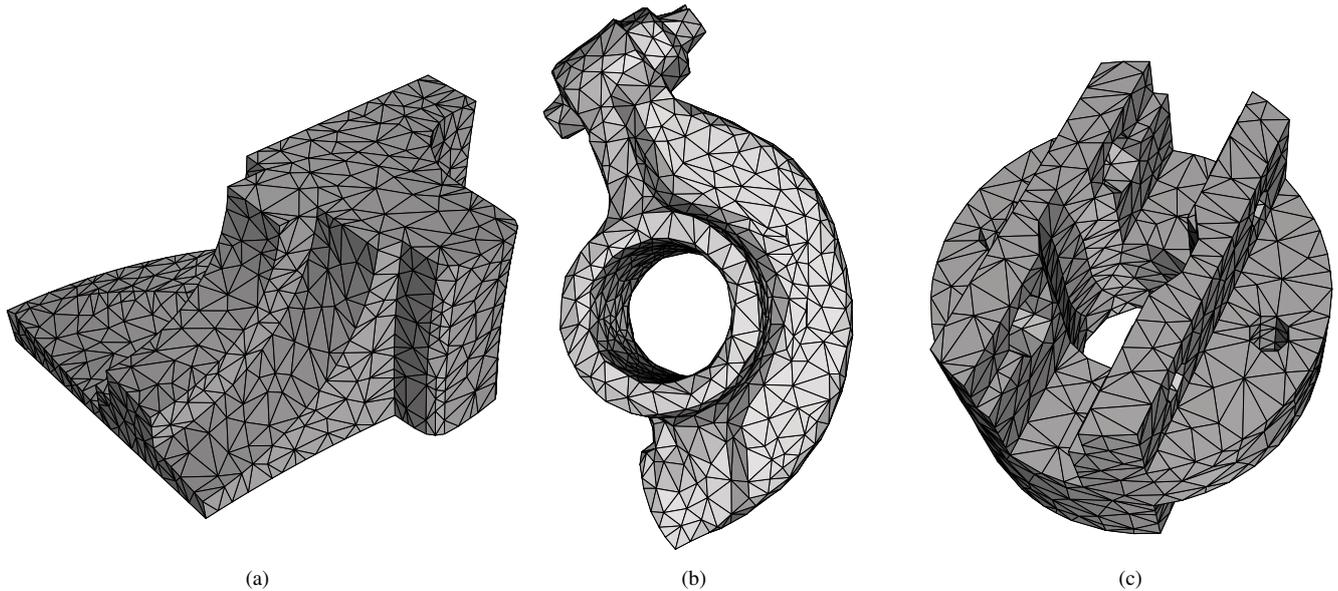


FIGURE 8 – Trois maillages CAO échantillonnés avec notre méthode, puis triangulés. De gauche à droite : FANDISK : genre 0, maillage initial : 6 475 sommets, maillage obtenu : 1 062 sommets, ROCKER ARM : genre 1, maillage initial : 10 000 sommets, maillage obtenu : 1 055 sommets, SOCKET : genre 7, maillage initial : 836 sommets, maillage obtenu : 1 024 sommets.

tés le périodogramme, la puissance moyenne spectrale radiale et l'anisotropie de la grille d'échantillonnage générée par notre méthode. De plus, pour évaluer l'impact de la prise en compte des contraintes géométriques sur la qualité de l'échantillonnage, nous comparons les résultats obtenus avec ou sans la contrainte de détection d'arêtes (courbes rouges et bleues, respectivement). Nous pouvons voir que la puissance moyenne spectrale radiale obtenue quel que soit l'objet est semblable au cas idéal présenté à la figure 1, validant notre technique de *dart throwing* amélioré. De plus, nous observons que cette caractéristique est peu affectée par la conservation des arêtes, puisque les courbes rouges et bleues ont tendance à se superposer.

Concernant l'anisotropie, les courbes sont constantes à partir d'une certaine fréquence (fréquence de coupure) ce qui est conforme à la théorie¹. De plus, l'anisotropie tend vers la valeur d'anisotropie idéale obtenue par la formule citée dans [21] (valeur non affichée sur les courbes). Ceci confirme la très bonne qualité spectrale de notre méthode d'échantillonnage.

Par ailleurs, on peut constater lorsque le maillage d'entrée comporte un grand nombre d'arêtes saillantes (SOCKET par exemple) que l'anisotropie de la grille d'échantillonnage obtenue est plus élevée si on choisit de préserver ces arêtes (voir la courbe rouge par rapport à la courbe bleue sur la figure 9(c)). Ceci est logique car la contrainte de conservation des arêtes saillantes impose un certain alignement des échantillons sur celles-ci. Ceci revient à privilé-

gier des directions particulières et par conséquent à diminuer l'isotropie du maillage reconstruit.

4 Conclusion et perspectives

Nous avons présenté une nouvelle méthode d'échantillonnage directe pour maillages surfaciques basée sur les disques de Poisson et la technique de *dart throwing*. Les résultats expérimentaux, prouvent que les grilles d'échantillonnage produites avec notre méthode présentent une très bonne qualité géométrique et spectrale. Nous avons pu montrer que la conservation des attributs géométriques influence peu les propriétés de bruit bleu des maillages finaux. Ces derniers sont tous 2-variété et de genre identique aux maillages de départ. De plus, notre algorithme est peu contraignant puisqu'il ne requiert que deux paramètres demandés à l'utilisateur, contrairement à de nombreuses méthodes de l'état de l'art. Notre prochain objectif consistera à analyser en détail la qualité et la fidélité géométrique des maillages obtenus avec un remaillieur basé sur notre technique d'échantillonnage (aspect des triangles, erreur de remaillage géométrique et visuelle, etc.).

5 Remerciements

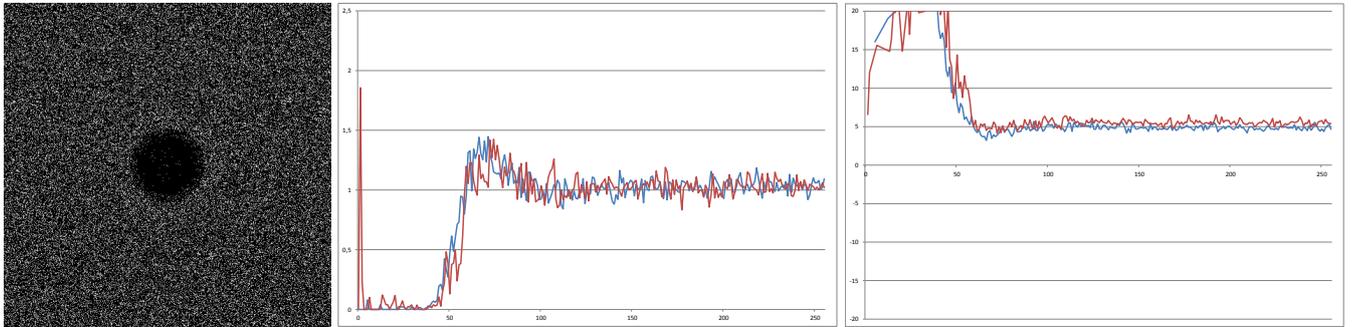
Ce travail est supporté financièrement par la région *Provence Alpes Côte d'Azur* et la société Noomeo (Toulouse).

Références

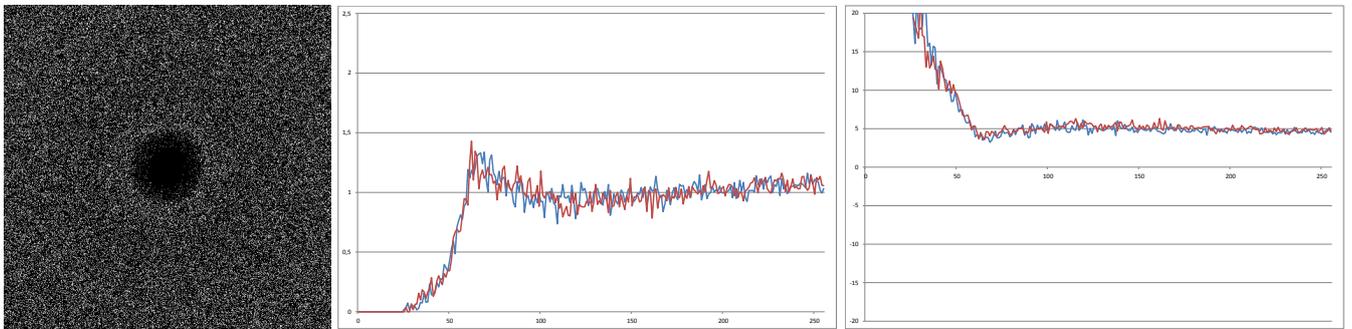
- [1] P. Alliez, M. Meyer, M. Desbrun. *Interactive geometry remeshing*. ACM SIGGRAPH'02, Vol. 21, pp. 347-354, 2002.

1. Notons que la partie inférieure à la fréquence de coupure ne doit pas être considérée puisqu'elle est constituée de valeurs aberrantes, du fait de la distance minimale imposée entre les échantillons.

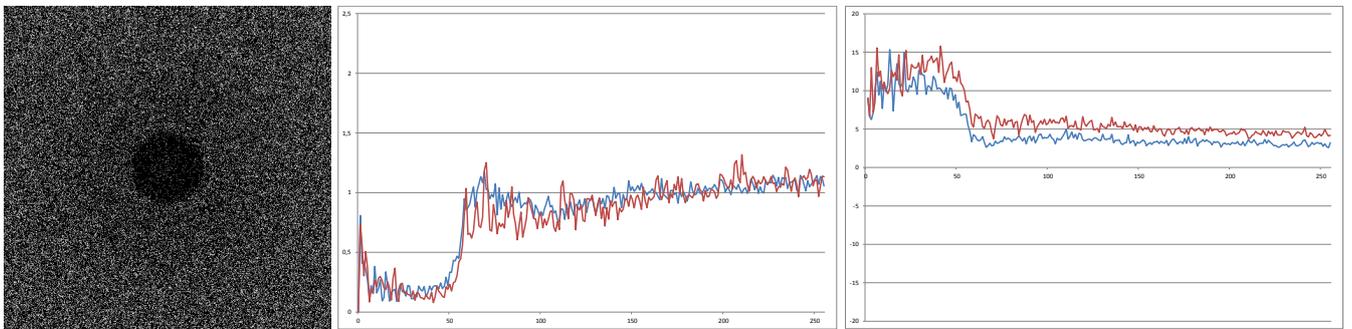
- [2] N. Aspert, D. Santa-Cruz, T. Ebrahimi. *MESH : Measuring Errors between Surfaces using the Hausdorff Distance*. Proceedings of IEEE International Conference on Multimedia and Expo (ICME), Vol. 1, pp. 705-708, 2002.
- [3] M. Balzer, T. Schlömer, O. Deussen. *Capacity-constrained point distributions : A variant of lloyd's method*. ACM Transactions on Graphics, Vol. 28, pp. 86 :1-86 :8, 2009.
- [4] J. Bowers, R. Wang, L.-Y. Wei, D. Maletz. *Parallel poisson disk sampling with spectrum analysis on surfaces*. ACM Transactions on Visualization and Computer Graphics, Vol. 29, pp. 166 :1-166 :10, 2010.
- [5] M. Corsini, P. Cignoni, R. Scopigno. *Efficient and flexible sampling with blue noise properties of triangular meshes*. IEEE Transaction on Visualization and Computer Graphics, Vol. 18, pp. 914-924, 2012.
- [6] D. Cline, S. Jeschke, K. White, A. Razdan, P. Wonka. *Dart throwing on surfaces*. Computer Graphics Forum, Vol. 28, pp. 1217-1226, 2009.
- [7] R.-L. Cook. *Stochastic sampling in computer graphics*. ACM Transactions on Graphics, Vol. 5, pp. 51-72, 1986.
- [8] F.-C. Crow. *The aliasing problem in computer-generated shaded images*. ACM, Vol. 20, pp. 799-805, 1977.
- [9] E.-W. Dijkstra. *A note on two problems in connexion with graphs*. Numerische Mathematik 1, Vol. 1, pp. 269-271, 1959.
- [10] D. Dunbar, G. Humphreys. *A spatial data structure for fast poisson-disk sample generation*. ACM, SIGGRAPH'06, Vol. 25, pp. 503-508, 2006.
- [11] M.-S. Ebeida, A.-A. Davidson, A. Patney, P.-M. Knupp, S.-A. Mitchell, J.-D. Owens. *Efficient maximal poisson-disk sampling*. ACM, Transactions on Graphics, Vol. 30, pp. 49 :1-49 :12, 2011.
- [12] Y. Fu, L. Zhou. *Direct sampling on surfaces for high quality remeshing*. ACM symposium on Solid and Physical modeling SPM'058, pp. 115-124, 2008.
- [13] H.-S. Kim, H.-K. Choi, K.-H. Lee. *Feature detection of triangular meshes based on tensor voting theory*. Computer Aided Design, Vol. 41, pp. 47-58, 2009.
- [14] A. Lagae, P. Dutre. *A comparison of methods for generating poisson disk distributions*. Computer Graphics forum, Vol. 27, pp. 114-129, 2007.
- [15] H. Li, K.-Y. Lo, M.-K. Leung, C.-W. Fu. *Dual poisson-disk tiling : An efficient method for distributing features on arbitrary meshes*. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, Vol. 14, pp. 982-998, 2008.
- [16] S. Lloyd. *Least squares quantization in pcm*. IEEE Trans. Inf. Theory, Vol. 28, pp. 129-137, 1982.
- [17] H. Li, L.-Y. Wei, P. Sander, C.-W. Fu. *Anisotropic blue noise sampling*. ACM, SIGGRAPH Asia'10, Vol. 29, pp. 167 :1-167 :12, 2010.
- [18] Y. Xu, R. Hu, C. Gotsman, L. Liu. *Blue noise sampling of surfaces*. Computer and Graphics 12, 2012.
- [19] K.-B. White, D. Cline, P.-K. Egbert. *Poisson disk point sets by hierarchical dart throwing*. Symposium on Interactive Ray Tracing, pp. 129-132, 2007.
- [20] L.-Y. Wei. *Parallel poisson disk sampling*. ACM Trans. Graph., Vol. 27, pp. 20 :1-20 :9, 2008.
- [21] L.-Y. Wei, R. Wang. *Differential domain analysis for non-uniform sampling*. ACM Trans. Graph., Vol. 30, pp. 50 :1-50 :10, 2011.
- [22] Y. Xu, L. Liu, C. Gotsman, S.-J. Gortler. *Capacity-constrained delaunay triangulation for point distributions*. Computers and Graphics, Vol. 35, pp. 510-516, 2011.
- [23] D.-M. Yan, B. Lévy, Y. Liu, F. Sun, W. Wang. *Iso-tropic Remeshing with Fast and Exact Computation of Restricted Voronoi Diagram*. ACM/EG Symposium on Geometry Processing / Computer Graphics Forum, 2009.
- [24] H. Zhang, B. Geng, G. Wang. *Approximate poisson disk sampling on mesh*. Journal of Computer-Aided Design and Computer Graphics 23, 2011.



(a) FANDISK.



(b) ROCKER ARM.



(c) SOCKET.

FIGURE 9 – Analyse des propriétés en bruit bleu de trois maillages CAO. De gauche à droite : le périodogramme du résultat avec préservation des arêtes, la puissance moyenne spectrale radiale et l'anisotropie. Les courbes bleues représentent le cas où les saillances ne sont pas conservées lors de notre échantillonnage non contraint ; les courbes rouges représentent le cas où notre algorithme d'échantillonnage est contraint à préserver les arêtes.