DUT Info 2 – 2006/2007 Lundi 12 Mars 2007

Informatique Théorique
TP5 : Fonctions récursives et Machine de Turing

▶ Exercice 1 : Fonctions récursives primitives

Soit $\lambda x\,[g(x)]$ une fonction primitive récursive. Soit f la fonction définie par :

$$f(0, y) = g(y)$$

$$f(x+1, y) = f(x, f(x, y))$$

Montrer que f est une fonction primitive récursive.

▶ Exercice 2 : Fonction primitives partielles

Montrer qu'il existe une fonction récursive partielle ψ qui ne peut pas être prolongée en une fonction récursive totale.

▶ Exercice 3 : Décidabilité

Montrer que si $f(x_1, \ldots, x_k)$ est une fonction récursive totale, le prédicat $f(x_1, \ldots, x_k) = y$ est décidable.

▶ Exercice 4 : Décidabilité

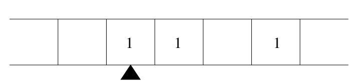
Soit $P(x_1, \ldots, x_k)$ un prédicat décidable et soit $f(x_1, \ldots, x_k)$ une fonction récursive tels que :

$$P(x_1, \ldots, x_k) \Rightarrow f(x_1, \ldots, x_k) \downarrow$$

Montrer que le prédicat $P(x_1, \ldots, x_k) \wedge f(x_1, \ldots, x_k) = y$ est décidable.

▶ Exercice 5 : Machines de Turing

Supposons une représentation unaire des entiers, et la bande suivante au début de l'exécution :



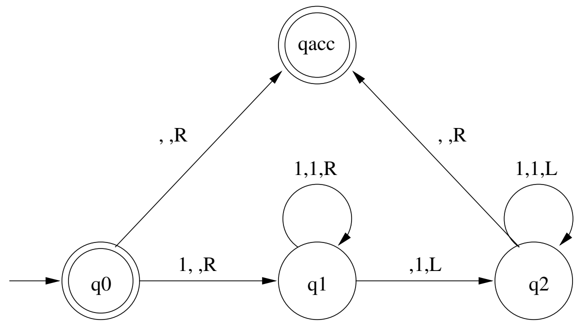
Donner la fonction réalisée par la machine de turing dont le graphe des transitions est le suivant :

▶ Exercice 6 : Machines de Turing

Construire une machine de Turing qui calcule la fonction $\lambda xy\,[2x]$ en utilisant la représentation unaire des entiers et l'alphabet $A = \{1\}$.

▶ Exercice 7 : Machines de Turing

Construire une machine de Turing qui reconnaît le langage des parenthèses L, c'est-à-dire l'ensemble des mots formés sur l'alphabet $A = \{(,)\}$ qui correspondent



à un bon parenthésage. Par exemple $w = ()(()((())()))$.