

TD Logique Feuille 0 – SI3

1 Vrai ou faux ?

Dire si les phrases suivantes sont vraies ou fausses :

- Si x est un nombre pair alors $x + 1$ est un nombre impair
- Si x est un nombre pair alors $x + 1$ est un nombre pair
- Si la lune est verte à pois bleus alors $3 = 2$
- Si $3 = 2$ alors les poules sont des végétaux
- Si $3 = 2$ alors les hommes sont des mammifères
- Si $3 = 2 + 1$ alors les poules sont des végétaux
- x est pair si et seulement si $x + 1$ est impair

2 Tables de vérité

Ecrire la table de vérité des expressions :

1. $A \Rightarrow B$
2. $\neg A \vee B$
3. $\neg (A \vee B)$
4. $\neg A \wedge \neg B$
5. $A \wedge (B \vee C)$
6. $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

Que peut-on dire de $\neg A \vee \neg B$ et $\neg (A \wedge B)$? Que peut-on dire de $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$ et $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$?

3 Forme normale

En utilisant les résultats de l'exercice 2, transformer les expressions :

- $\neg (((A \Rightarrow B) \vee C) \wedge A) \vee (D \wedge \neg C) \wedge B$
- $(A \Leftrightarrow B) \vee \neg ((C \wedge D) \vee (\neg D \vee A))$

pour quelles soient en forme normale conjonctive c'est à dire de la forme :

$$p_1 \wedge p_2 \wedge p_3 \wedge \dots \wedge p_n$$

avec p_i de la forme :

$$t_1 \vee t_2 \vee t_3 \vee \dots \vee t_m \text{ où } t_i \text{ est une variable ou la négation d'une variable.}$$

4 C'est la fête

1. Le BDE organise une fête à Polytech'Nice. Pour éviter que la fête ne dégénère, ils ont organisé un test pour laisser entrer seulement les plus futés des Polytech'Niciens.

Le BDE a posé trois boîtes sur le parvis de la cafétéria. La première boîte est blanche, la deuxième est bleue, la troisième est multicolore. Ils ont caché dans une de ces boîtes le badge qui permet d'accéder à la cafétéria. Sur la boîte blanche ils ont écrit : "le badge est dans cette boîte", sur la boîte bleue ils ont écrit : "le badge n'est pas dans cette boîte" et sur la boîte multicolore ils ont écrit : "le badge n'est pas dans la boîte blanche".

Ils ont expliqué qu'une seule au plus de ces affirmations est vraie.

Quelle boîte ouvrir pour accéder à la cafétéria ?

2. Les filles sont les seules à avoir réussi le test d'entrée. Pour que les garçons puissent s'amuser, le BDE leur donne une nouvelle chance.

Ils modifient les inscriptions sur les boîtes et écrivent sur la boîte blanche : " le badge n'est pas dans la boîte bleue", sur la boîte bleue : " le badge n'est pas dans cette boîte" et sur la boîte multicolore "le badge est dans cette boîte".

Ils ont expliqué aux garçons qu'une au moins de ces affirmations est vraie et une au moins de ces affirmations est fausse.

Les garçons parviendront-ils à rejoindre les filles ?

5 Cherchez la princesse (ou le tigre, chacun son goût!)

On a deux cellules, il faut en ouvrir une. Dans chaque cellule il y a soit un tigre, soit une princesse. Sur chaque porte de cellule il y a un écriteau (E1 sur la cellule 1 et E2 sur la cellule 2) où est inscrit :

sur E1 : il y a au moins une princesse

sur E2 : il y a une princesse dans l'autre cellule

On sait que :

s'il y a une princesse dans la cellule 1 alors E1 est vrai

s'il y a un tigre dans la cellule 1 alors E1 est faux

s'il y a une princesse dans la cellule 2 alors E2 est faux

s'il y a un tigre dans la cellule 2 alors E2 est vrai

6 Un peu de science fiction

Sur la planète Manicheos, les habitants soit disent toujours la vérité, soit mentent toujours. Ils ne savent répondre aux questions que par oui ou non. Une charmante terrienne est égarée et à la recherche d'une station service pour faire le plein d'hydrogène. Elle arrive à un carrefour à deux branches dont l'une exactement mène à la station service. Devant ce carrefour, un habitant de Manicheos est en train de prendre un bain de Saturne.

Quelle question notre terrienne doit-elle lui poser pour être sûre de trouver la station service?