Algorithmes Évolutionnaires — Master 2 MIAGE IA^2
Travaux dirigés N^o 6 : Allocation d'actif

Andrea G. B. Tettamanzi
Université côte d'Azur
andrea.tettamanzi@univ-cotedazur.fr

Année universitaire 2020/2021

Résumé

Dans cette séance, nous allons développer un algorithme évolutionnaire pour l'allocation d'actifs avec contraintes. Pour ce faire, nous utiliserons le *framework* DEAP.

1 Introduction

L'allocation d'actif consiste, étant donné un capital initial C et un ensemble d'opportunités d'investissement (ou actifs) A_i, à choisir quel montant miser sur chacune. Accessoirement, des contraintes peuvent être imposées sur les choix admissible, comme un poids minimum et maximum pour certaines classes d'actifs (par exemple, trésorerie, obligations, actions, acitfs français ou étrangers) ou un nombre maximum d'actifs choisis. Chaque actif A_i est caractérisé par sa distribution de probabilité des rendements, que, en simplifiant un peu, nous pouvons considérer définie par un rendement espéré, μ_i, et une variance σ_i^2.

Nous allons supposer que les actifs suivant sont disponibles :

i	description	μ_i	σ_i^2	classe
1	euros	-0.02	0	trésorerie
2	dollares	-0.01	0.05	trésorerie
3	métaux précieux	0.00	0.09	métaux
4	obligations publiques	0.01	0.01	obligations
5	obligations privées	0.02	0.02	obligations
6	CAC40	0.03	0.16	actions
7	DJIA	0.04	0.20	actions
8	Nasdaq	0.05	0.25	actions

Ensuite, nous allons supposer que les contraintes suivantes doivent être respectées pour qu'une allocation soit admissible :

— au moins 10% du capital doit être maintenu comme trésorerie,
— pas plus de 10% ne doit être investi en métaux précieux,
— au moins 20% doit être investi en obligations,
— pas plus de 50% ne doit être investi en actions.

Pour une allocation donnée (que l'on peut aussi appeler un portefeuille), représentée par les poids $w_1, \ldots, w_n$, tels que $\sum_{i=1}^{n} w_i = 1$, son rendement espéré est donné par

$$\mu = \sum_{i=1}^{n} w_i \mu_i \quad (1)$$

et sa variance par

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} w_i \sigma_i^2 \tag{2}$$

En respectant toutes les contraintes, on cherche l'allocation d'actifs qui maximise le rapport de Sharpe, μ/σ (N.B. : $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$).

2 Consignes

1. Décidez d'une représentation pour ce problème et choisissez les opérateurs génétiques appropriés pour elle. Vous pouvez utiliser celles et ceux fournis par DEAP ou bien concevoir les vôtres.
2. Codez la fonction de fitness, basée sur la fonction objectif (rapport de Sharpe).
3. Résolvez d'abord le problème non contraint.
4. Ajoutez la gestion des contraintes. Vous pouvez opter pour une des techniques vues en classe, ou pour une combinaison de celles-là.
5. Faites une comparaison entre les solutions trouvées par la version non contrainte et celles trouvées par la version qui prend en compte les contraintes
6. On pourrait observer que le rendement et le risque (représenté par σ^2) sont deux caractéristiques incommensurables et le coût du risque pour un investisseur dépend de sa propension au risque. Cela nous conduit à reformuler le problème avec deux objectifs :
   (a) maximiser le redement espéré μ,
   (b) minimiser le risque σ^2.

   Au lieu d'une solution unique, on cherche alors le front de Pareto des portefeuilles non dominés. Modifiez vodre fonction de fitness pour retourner le couple $\langle \mu, -\sigma^2 \rangle$ (dans le *framework* DEAP, le signe négatif devant un objectif signifie qu'il est à minimiser).

Rendez votre code et vos observations par courriel, dans un archive zippé.